

Plaquette 3 – Signe du trinôme, inéquations et lecture graphique

Polynômes de degré 2 et 3 — Première spé maths

Exercices

Méthode

Une inéquation polynomiale se résout **toujours** par un tableau de signes. On part de la forme la plus commode — factorisée, canonique ou développée —, on place les racines, on remplit avec le signe de a , et on lit l'ensemble solution. On apprend aussi à faire dire la même chose à un graphique.

Exercice 1 – Lire un tableau de signes

On donne le tableau de signes d'un trinôme $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Intervalle	$] -\infty ; -1[$	$] -1 ; 4[$	$] 4 ; +\infty[$
Signe de $f(x)$	–	+	–

- Donner les racines de f et le signe de a .
- Proposer une expression possible de $f(x)$.
- Résoudre $f(x) \leq 0$.

Exercice 2 – Partir de la forme factorisée

Dresser le tableau de signes de $f(x) = 2(x + 1)(x - 4)$, puis résoudre $f(x) > 0$.

Exercice 3 – Partir de la forme canonique

Soit $g(x) = -(x - 3)^2 + 4$. Déterminer les racines de g , puis son signe sur $\mathbb{R}$.

Exercice 4 – Un trinôme qui touche l'axe

Étudier le signe de $h(x) = 3(x - 2)^2$ et résoudre $h(x) > 0$.

Exercice 5 – Négatif du début à la fin

Démontrer que $-x^2 + x - 3 < 0$ pour tout réel x .

Exercice 6 – Une inéquation à fractions

Résoudre $\frac{x^2}{2} - x - 4 \geq 0$.

Exercice 7 – Une inéquation stricte

Résoudre $x^2 < 2x + 8$.

Exercice 8 - Comparer deux fonctions

Soit $f(x) = x^2 - 3x + 1$ et $g(x) = 2x - 5$. Résoudre $f(x) \leq g(x)$ et interpréter le résultat.

Exercice 9 - Un polynôme de degré 3

Étudier le signe de $P(x) = (x - 1)(x^2 - x - 6)$ sur $\mathbb{R}$.

Exercice 10 - Factoriser pour conclure

Résoudre $x^3 \geq 4x$.

Exercice 11 - Un dénominateur qui ne s'annule jamais

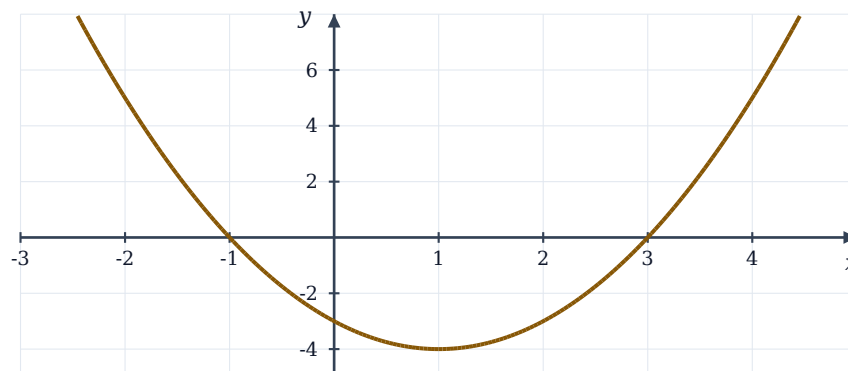
Résoudre $\frac{3-x}{x^2+1} \geq 0$.

Exercice 12 - Tout lire sur le graphique

La courbe ci-dessous représente $f(x) = x^2 - 2x - 3$.

a) Résoudre graphiquement $f(x) < 0$.

b) Résoudre graphiquement $f(x) \geq 5$, puis retrouver le résultat par le calcul.



Courbe de $f(x) = x^2 - 2x - 3$

Exercice 13 - Combien de points d'intersection ?

Soit k un réel. Discuter, selon k , le nombre de solutions de l'équation $x^2 - 6x + k = 0$, et interpréter graphiquement.

Exercice 14 - Le loueur de vélos

Un loueur de vélos électriques loue x vélos par jour. Sa recette quotidienne, en euros, est $R(x) = -2x^2 + 58x$ et son coût $C(x) = 10x + 160$, avec $0 \leq x \leq 29$.

Pour quels nombres de locations l'activité est-elle rentable ?

Exercice 15 – Combien de temps au-dessus de 60 m ?

Une fusée de modélisme atteint la hauteur $h(t) = -5t^2 + 40t$ mètres, t secondes après son lancement.

Pendant combien de temps la fusée se trouve-t-elle à plus de 60 m du sol ?

Exercice 16 – Une aire trop petite

Un rectangle a un périmètre de 24 cm. On note x sa largeur, avec $0 < x < 12$.

Pour quelles valeurs de x son aire est-elle strictement inférieure à 20 cm^2 ?