Plaquette 3 – Indépendance d'événements

Probabilités conditionnelles — Première spé maths

Exercices

Méthode

Deux événements sont indépendants quand **savoir que l'un est réalisé ne change rien** à la probabilité de l'autre. Cela se teste par un calcul : $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$. On apprend à le vérifier, à ne pas le confondre avec « incompatibles », et à l'utiliser pour les répétitions d'expériences.

Exercice 1 – Tester l'indépendance

Dans chaque cas, dire si les événements A et B sont indépendants.

a) $P(A) = 0{,}4$, $P(B) = 0{,}5$, $P(A \cap B) = 0{,}2$

b) $P(A) = 0{,}3$, $P(B) = 0{,}6$, $P(A \cap B) = 0{,}2$

c) $P(A) = 0{,}25$, $P(B) = 0{,}8$, $P(A \cap B) = 0{,}2$

Exercice 2 – Indépendants ou incompatibles ?

On donne $P(A) = 0{,}3$, $P(B) = 0{,}5$ et $P(A \cup B) = 0{,}8$.

a) Calculer $P(A \cap B)$. Les événements sont-ils incompatibles ?

b) Sont-ils indépendants ?

Exercice 3 – Le dé et la pièce

On lance un dé équilibré et une pièce équilibrée. On note A « le dé donne un nombre pair » et B « la pièce donne pile ».

Démontrer que A et B sont indépendants.

Exercice 4 – Indépendance dans un tableau

Un sondage auprès de 500 personnes donne le tableau suivant.

·	Favorable	Défavorable	Total
Hommes	120	80	200
Femmes	180	120	300
Total	300	200	500

Les événements « être un homme » et « être favorable » sont-ils indépendants ?

Exercice 5 – Utiliser l'indépendance

A et B sont indépendants, avec $P(A) = 0{,}7$ et $P(B) = 0{,}2$.

Calculer $P(A \cap B)$, $P(A \cup B)$ et $P_B(A)$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 6 – Passer au contraire

A et B sont indépendants, avec $P(A) = 0{,}6$ et $P(B) = 0{,}45$.

Démontrer que A et $\overline{B}$ sont indépendants, et calculer $P\left(A \cap \overline{B}\right)$.

Exercice 7 – Trois lancers

On lance trois fois une pièce équilibrée.

a) Quelle est la probabilité d'obtenir trois fois pile ?

b) Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une fois face ?

Exercice 8 – Le tir à l'arc

Un archer touche la cible avec une probabilité de 0,8 à chaque tir, indépendamment des tirs précédents. Il tire 4 flèches.

a) Quelle est la probabilité qu'il touche les quatre fois ?

b) Quelle est la probabilité qu'il manque au moins une fois ?

c) Quelle est la probabilité qu'il manque les quatre fois ?

Exercice 9 – Deux machines en série

Un système fonctionne si ses deux composants fonctionnent. Le premier tombe en panne avec une probabilité de 0,05, le second de 0,08, indépendamment l'un de l'autre.

a) Quelle est la probabilité que le système fonctionne ?

b) Quelle est la probabilité qu'au moins un composant tombe en panne ?

Exercice 10 – Deux machines en parallèle

Deux pompes identiques alimentent un réservoir ; il suffit qu'**une seule** fonctionne. Chaque pompe tombe en panne avec une probabilité de 0,1, indépendamment de l'autre.

Quelle est la probabilité que le réservoir soit alimenté ?

Exercice 11 – Le code à composer

Un cadenas possède un code à 3 chiffres, chacun de 0 à 9. Une personne essaie un code au hasard, sans mémoriser ses essais (les tentatives sont donc indépendantes).

a) Quelle est la probabilité d'ouvrir le cadenas en un essai ?

b) Quelle est la probabilité de l'ouvrir en au plus 5 essais ?

Exercice 12 – Indépendance et tableau à compléter

On sait que A et B sont indépendants, avec $P(A) = 0{,}4$ et $P(A \cup B) = 0{,}7$.

Déterminer $P(B)$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 13 – Un contre-exemple

On lance deux dés équilibrés. Soit A « le premier dé donne 6 », B « le second dé donne 6 » et C « la somme vaut 7 ».

a) A et B sont-ils indépendants ?

b) A et C sont-ils indépendants ?

Exercice 14 – Le taux de réponse

Un institut envoie un questionnaire à 6 personnes choisies au hasard. Chaque personne répond avec une probabilité de 0,35, indépendamment des autres.

a) Quelle est la probabilité qu'aucune ne réponde ?

b) Quelle est la probabilité qu'au moins une réponde ?

c) Combien faut-il envoyer de questionnaires pour que la probabilité d'obtenir au moins une réponse dépasse 0,99 ?

Exercice 15 – Synthèse : dépendance ou indépendance ?

Dans une ville, 55 % des habitants possèdent une voiture, 30 % possèdent un vélo, et 18 % possèdent les deux.

a) Les événements « posséder une voiture » et « posséder un vélo » sont-ils indépendants ?

b) Calculer la probabilité qu'un habitant possède au moins l'un des deux.

c) Un habitant possède une voiture : quelle est la probabilité qu'il possède aussi un vélo ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).