Plaquette 1 – Probabilité conditionnelle

Probabilités conditionnelles — Première spé maths

Exercices

Méthode

Conditionner, c'est **restreindre l'univers** : on ne regarde plus que les issues de A, et on recalcule la proportion. On s'entraîne à lire une probabilité conditionnelle dans un **tableau croisé**, sur un **arbre**, et à l'écrire correctement — $P_A(B)$ et $P(A \cap B)$ ne sont pas la même chose.

Exercice 1 – Lire un tableau croisé

Dans un lycée de 400 élèves, on croise le sexe et la pratique d'un sport en club.

·	Sportif	Non sportif	Total
Filles	120	90	210
Garçons	130	60	190
Total	250	150	400

On choisit un élève au hasard. On note F « être une fille » et S « être sportif ».

a) Calculer $P(F)$ et $P(F \cap S)$.

b) Calculer $P_F(S)$ et interpréter.

Exercice 2 – Inverser le conditionnement

Avec le même tableau, calculer $P_S(F)$ et expliquer pourquoi le résultat diffère de $P_F(S)$.

Exercice 3 – Appliquer la définition

On donne $P(A) = 0{,}4$, $P(B) = 0{,}5$ et $P(A \cap B) = 0{,}3$.

Calculer $P_A(B)$, $P_B(A)$ et $P(A \cup B)$.

Exercice 4 – Des probabilités composées

On donne $P(A) = 0{,}6$ et $P_A(B) = 0{,}25$.

a) Calculer $P(A \cap B)$.

b) Calculer $P_A\left(\overline{B}\right)$ puis $P\left(A \cap \overline{B}\right)$.

Exercice 5 – Construire un arbre

Une urne contient 5 boules rouges et 3 boules vertes. On tire deux boules **successivement et sans remise**.

a) Représenter la situation par un arbre pondéré, en notant R_1 « la première boule est rouge », R_2 « la seconde boule est rouge », et de même V_1, V_2.

b) Calculer la probabilité de tirer deux boules rouges.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 6 – Le tirage mixte

Avec la même urne (5 rouges, 3 vertes) et deux tirages sans remise, calculer la probabilité d'obtenir **une boule de chaque couleur**.

Exercice 7 – Le test médical

Une maladie touche 2 % d'une population. Un test donne un résultat positif chez 95 % des malades, et chez 4 % des personnes saines.

On note M « être malade » et T « le test est positif ». Traduire l'énoncé en probabilités.

Exercice 8 – Une probabilité inconnue

On sait que $P(A) = 0{,}3$, $P(B) = 0{,}45$ et $P(A \cup B) = 0{,}6$.

Calculer $P(A \cap B)$, puis $P_B(A)$.

Exercice 9 – Des effectifs à reconstituer

Dans un club de 250 membres, 60 % sont des adultes. Parmi les adultes, 40 % participent aux compétitions ; parmi les jeunes, 70 % y participent.

a) Compléter un tableau d'effectifs.

b) Un membre pris au hasard participe aux compétitions : quelle est la probabilité que ce soit un jeune ?

Exercice 10 – Deux dés

On lance deux dés équilibrés à six faces et on note la somme obtenue.

a) Calculer la probabilité que la somme soit égale à 8.

b) Sachant que la somme est paire, quelle est la probabilité qu'elle soit égale à 8 ?

Exercice 11 – Le jeu de cartes

On tire une carte d'un jeu de 32 cartes.

a) Quelle est la probabilité de tirer un roi ?

b) Sachant que la carte tirée est une figure (valet, dame ou roi), quelle est la probabilité que ce soit un roi ?

c) Sachant que la carte tirée est un cœur, quelle est la probabilité que ce soit un roi ?

Exercice 12 – La chaîne de production

Une usine produit des pièces sur deux machines. La machine A fabrique 70 % de la production et 3 % de ses pièces sont défectueuses ; la machine B fabrique le reste, avec 8 % de pièces défectueuses.

a) Traduire les données en probabilités.

b) Calculer la probabilité qu'une pièce provienne de A **et** soit défectueuse.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 13 – Remonter à la probabilité simple

On donne $P_A(B) = 0{,}8$, $P(A \cap B) = 0{,}24$.

Calculer $P(A)$, puis $P\left(A \cap \overline{B}\right)$.

Exercice 14 – L'enquête de satisfaction

Un site interroge 800 clients. 480 ont acheté un abonnement, les autres un produit à l'unité. Parmi les abonnés, 360 se déclarent satisfaits ; parmi les autres, 192.

a) Quelle est la probabilité qu'un client pris au hasard soit satisfait ?

b) Un client satisfait est-il plus probablement abonné ou non ?

Exercice 15 – Synthèse : la tombola

Une tombola comporte 200 billets : 60 sont gagnants. Parmi les billets gagnants, 15 donnent droit au gros lot ; parmi les perdants, aucun bien sûr.

a) Calculer la probabilité qu'un billet soit gagnant.

b) Calculer la probabilité qu'un billet donne le gros lot.

c) Sachant qu'un billet est gagnant, quelle est la probabilité qu'il donne le gros lot ?

d) Sachant qu'un billet donne le gros lot, quelle est la probabilité qu'il soit gagnant ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).