# Plaquette 2 – Formule des probabilités totales

## Probabilités conditionnelles — Première spé maths

Exercices

### Méthode

Quand une situation se sépare en plusieurs cas — deux machines, trois fournisseurs, malade ou non —, on calcule la probabilité d'un événement en **additionnant les chemins** de l'arbre qui y mènent. C'est la formule des probabilités totales, et elle permet ensuite de **remonter** l'arbre.

### Exercice 1 – Deux fournisseurs

Un magasin achète 60 % de ses ampoules au fournisseur $A$ et le reste au fournisseur $B$. Chez $A$, 2 % des ampoules sont défectueuses ; chez $B$, 5 %.

Calculer la probabilité qu'une ampoule prise au hasard soit défectueuse.

### Exercice 2 – Remonter à la source

Avec les données précédentes, une ampoule prise au hasard est défectueuse.

Quelle est la probabilité qu'elle provienne du fournisseur $B$ ?

### Exercice 3 – Une partition en trois cas

Une entreprise a trois ateliers. L'atelier 1 produit 50 % des pièces, l'atelier 2 en produit 30 % et l'atelier 3 le reste. Les taux de rebut sont respectivement 1 %, 4 % et 6 %.

Calculer la probabilité qu'une pièce soit au rebut.

### Exercice 4 – Le test médical, suite

Une maladie touche 2 % d'une population. Le test est positif chez 95 % des malades et chez 4 % des personnes saines.

a) Calculer la probabilité qu'un test pris au hasard soit positif.

b) Une personne a un test positif : quelle est la probabilité qu'elle soit réellement malade ?

### Exercice 5 – Compléter un arbre

On donne $P(A) = 0{,}35$, $P_A(B) = 0{,}8$ et $P_{\overline{A}}(B) = 0{,}5$.

a) Donner les quatre probabilités des chemins de l'arbre.

b) Calculer $P(B)$ et $P\left(\overline{B}\right)$.

### Exercice 6 – Le trajet quotidien

Léo va au lycée à vélo 70 % du temps, sinon en bus. À vélo, il est en retard dans 5 % des cas ; en bus, dans 12 % des cas.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

a) Quelle est la probabilité que Léo soit en retard un jour donné ?

b) Il est arrivé en retard : quelle est la probabilité qu'il soit venu en bus ?

### Exercice 7 – L'urne à deux étages

Une urne $U_1$ contient 4 boules blanches et 6 noires ; une urne $U_2$ contient 7 blanches et 3 noires. On lance un dé équilibré : si le résultat est 1 ou 2, on tire dans $U_1$, sinon dans $U_2$.

Calculer la probabilité de tirer une boule blanche.

### Exercice 8 – De quelle urne vient-elle ?

Avec le dispositif précédent, la boule tirée est blanche.

Quelle est la probabilité qu'elle provienne de l'urne $U_1$ ?

### Exercice 9 – Retrouver une probabilité conditionnelle

On sait que $P(A) = 0{,}4$, $P(B) = 0{,}5$ et $P_A(B) = 0{,}65$.

Déterminer $P_{\overline{A}}(B)$.

### Exercice 10 – Le questionnaire à choix multiples

À un QCM, un élève connaît la réponse dans 70 % des cas et répond alors correctement. Sinon, il répond au hasard parmi 4 propositions.

a) Quelle est la probabilité qu'il réponde correctement à une question ?

b) Il a répondu correctement : quelle est la probabilité qu'il connaissait réellement la réponse ?

### Exercice 11 – Trois lignes de production

Une usine dispose de trois lignes. La ligne 1 assure 40 % de la production avec 2 % de défauts, la ligne 2 en assure 35 % avec 3 % de défauts, la ligne 3 le reste avec 7 % de défauts.

Une pièce défectueuse est prélevée. De quelle ligne provient-elle le plus probablement ?

### Exercice 12 – Deux tirages successifs

Une urne contient 3 boules rouges et 5 boules bleues. On tire une boule, on note sa couleur, on la remet **avec une boule supplémentaire de la même couleur**, puis on tire une seconde boule.

Calculer la probabilité que la seconde boule soit rouge.

### Exercice 13 – L'assurance automobile

Un assureur classe ses clients en trois profils : 20 % « jeunes conducteurs », 50 % « expérimentés » et 30 % « seniors ». La probabilité de déclarer un sinistre dans l'année est de 0,18 pour les jeunes, 0,06 pour les expérimentés et 0,09 pour les

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

seniors.

a) Quelle est la probabilité qu'un client déclare un sinistre ?

b) Parmi les clients ayant déclaré un sinistre, quelle est la part de jeunes conducteurs ?

## Exercice 14 – Un arbre à compléter par le bas

On donne $P(A) = 0{,}25$, $P(B) = 0{,}4$ et $P_B(A) = 0{,}3$.

Calculer $P_A(B)$ et $P_{\overline{A}}(B)$.

## Exercice 15 – Synthèse : le contrôle qualité

Une chaîne produit des composants dont 4 % sont défectueux. Un contrôle automatique rejette 92 % des composants défectueux, mais rejette aussi par erreur 3 % des composants corrects.

a) Quelle est la probabilité qu'un composant soit rejeté ?

b) Un composant est rejeté : quelle est la probabilité qu'il soit réellement défectueux ?

c) Un composant est accepté : quelle est la probabilité qu'il soit défectueux ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).