Plaquette 5 – Problèmes de synthèse : indépendance, répétitions et prise de décision

Probabilités conditionnelles — Première spé maths

Exercices

Méthode

On teste l'**indépendance**, on enchaîne des **épreuves répétées** (avec le réflexe du « au moins un » par le contraire), et on utilise les probabilités pour **décider** entre deux hypothèses.

Exercice 1 – Indépendance et complémentaires

A et B sont indépendants avec $P(A) = 0{,}3$ et $P(B) = 0{,}6$. Calculer $P(A \cap B)$, $P\left(A \cap \overline{B}\right)$ et $P(A \cup B)$.

Exercice 2 – Au moins un succès

On lance un dé 5 fois. Calculer la probabilité d'obtenir au moins un 6.

Exercice 3 – Seuil de répétitions

Un joueur gagne une partie avec la probabilité 0,15. Combien de parties doit-il jouer pour gagner au moins une fois avec une probabilité supérieure à 0,99 ?

Exercice 4 – Système en série et en parallèle

Trois relais indépendants ont des fiabilités 0,92, 0,88 et 0,95. Calculer la fiabilité du système en série, puis en parallèle.

Exercice 5 – Indépendance de trois événements

Trois tireurs atteignent la cible avec les probabilités 0,8, 0,7 et 0,6, indépendamment. Calculer la probabilité qu'exactement deux touchent la cible.

Exercice 6 – Dépendance à identifier

On lance deux dés. Soient A « le premier dé donne un nombre pair » et B « la somme est paire ». Ces événements sont-ils indépendants ?

Exercice 7 – Un appareil jour après jour

Chaque jour, un appareil tombe en panne avec la probabilité 0,02, indépendamment d'un jour sur l'autre. Calculer la probabilité qu'il fonctionne 30 jours sans panne, puis déterminer à partir de combien de jours la probabilité de n'avoir connu aucune panne devient inférieure à $\frac{1}{2}$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 8 – Deux machines

Deux machines produisent indépendamment des pièces défectueuses avec les probabilités 0,03 et 0,05. On prend une pièce de chaque. Calculer la probabilité qu'au moins une soit défectueuse.

Exercice 9 – Prise de décision

Une pièce est soit équilibrée, soit truquée avec $P(\text{pile}) = 0{,}8$. On la lance 10 fois et on obtient 8 piles. Quelle hypothèse est la plus vraisemblable ?

Exercice 10 – Indépendance conditionnelle

On a $P(A) = 0{,}5$, $P(B) = 0{,}4$ et $P(A \cup B) = 0{,}8$. Les événements sont-ils indépendants ? Que vaut $P_B\left(\overline{A}\right)$?

Exercice 11 – Problème des anniversaires

Dans un groupe de 10 personnes (année de 365 jours), calculer la probabilité que deux personnes au moins partagent le même jour d'anniversaire.

Exercice 12 – Épreuves jusqu'au premier succès

On lance une pièce équilibrée jusqu'à obtenir pile. Calculer la probabilité qu'il faille exactement 4 lancers, puis au plus 4 lancers.

Exercice 13 – Probabilité d'un chemin long

Un labyrinthe comporte 4 carrefours successifs, à chacun desquels on choisit au hasard entre deux couloirs, dont un seul est correct. Calculer la probabilité de sortir sans erreur, puis de faire au plus une erreur.

Exercice 14 – Comparaison de deux stratégies

Vaut-il mieux parier sur « au moins un 6 en 4 lancers d'un dé » ou sur « au moins un double 6 en 24 lancers de deux dés » ?

Exercice 15 – Fiabilité et redondance

Un composant a une fiabilité de 0,9. Combien faut-il en monter en parallèle pour atteindre une fiabilité d'au moins 0,9999 ?

Exercice 16 – Synthèse : contrôle et décision

Un lot contient une proportion p de pièces défectueuses. On prélève 20 pièces avec remise.

a) Si $p = 0{,}05$, calculer la probabilité de ne trouver aucune défectueuse.

b) On accepte le lot si l'on trouve au plus une défectueuse. Calculer la probabilité d'accepter un lot avec $p = 0{,}05$, puis avec $p = 0{,}20$.

c) Commenter la qualité de ce contrôle.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).