

Plaquette 4 – Tableaux croisés, arbres pondérés et probabilités totales

Probabilités conditionnelles — Première spé maths

Exercices

Méthode

On organise les données en **tableau croisé** ou en **arbre pondéré**, on lit les probabilités conditionnelles comme des **proportions dans une sous-population**, et on descend l'arbre par la **formule des probabilités totales**.

Exercice 1 – Lecture d'un tableau

Sur 400 personnes, 240 sont des femmes ; 160 personnes portent des lunettes, dont 100 femmes. Une personne est choisie au hasard.

- Calculer la probabilité qu'elle porte des lunettes.
- Calculer la probabilité qu'elle porte des lunettes sachant que c'est une femme.

Exercice 2 – Renverser le conditionnement

Dans la situation précédente, une personne porte des lunettes. Quelle est la probabilité que ce soit une femme ?

Exercice 3 – Construire un arbre

Une urne contient 5 jetons rouges et 3 bleus. On tire deux jetons **sans remise**. Calculer la probabilité que le second soit rouge.

Exercice 4 – Probabilités totales à trois branches

Trois fournisseurs livrent 20 %, 45 % et 35 % des composants d'une usine, avec des taux de panne de 4 %, 1 % et 2 %. Quel est le taux de panne global ?

Exercice 5 – Probabilité d'une intersection

On a $P(A) = 0,6$ et $P_A(B) = 0,3$. Calculer $P(A \cap B)$, puis $P(A \cap \bar{B})$.

Exercice 6 – Compléter un tableau

On sait que $P(A) = 0,5$, $P(B) = 0,3$ et $P(A \cup B) = 0,65$. Compléter le tableau des probabilités et calculer $P_B(A)$.

Exercice 7 – Test de dépistage simple

Une maladie touche 5 % d'une population. Un test est positif chez 90 % des malades et 10 % des non-malades. Calculer la probabilité qu'un test soit positif.

Exercice 8 – Arbre à deux étapes

Un élève arrive en retard avec la probabilité 0,2 s'il prend le bus et 0,05 s'il vient à pied. Il prend le bus 70 % du temps. Quelle est la probabilité qu'il soit en retard ?

Exercice 9 – Indépendance à tester

On tire une carte d'un jeu de 32. Soient A « la carte est un cœur » et B « la carte est un roi ». Ces événements sont-ils indépendants ?

Exercice 10 – Probabilité conditionnelle et réunion

On a $P(A) = 0,4$, $P_A(B) = 0,25$ et $P_{\bar{A}}(B) = 0,5$. Calculer $P(B)$ puis $P(A \cup B)$.

Exercice 11 – Deux tirages avec remise

Une urne contient 4 boules blanches et 6 noires. On tire deux boules **avec remise**. Calculer la probabilité d'obtenir exactement une blanche.

Exercice 12 – Trois tirages successifs

Un sac contient 3 boules vertes et 2 rouges. On tire trois boules sans remise. Calculer la probabilité de tirer les trois vertes.

Exercice 13 – Recherche d'une probabilité inconnue

Dans une classe, 60 % des élèves font du sport. Parmi les sportifs, 80 % sont satisfaits de leur emploi du temps ; globalement, 62 % des élèves le sont. Quelle proportion de non-sportifs est satisfaite ?

Exercice 14 – Arbre à trois niveaux

Un joueur lance une pièce équilibrée : si c'est pile, il tire dans une urne A contenant 3 rouges et 1 noire ; sinon dans une urne B contenant 1 rouge et 3 noires. Calculer la probabilité de tirer une rouge, puis celle d'avoir joué avec l'urne A sachant que la boule est rouge.

Exercice 15 – Événements incompatibles

Soient A et B incompatibles avec $P(A) = 0,3$ et $P(B) = 0,45$. Calculer $P(A \cup B)$, $P_B(A)$ et $P(\bar{A} \cap \bar{B})$.

Exercice 16 – Synthèse : contrôle qualité en deux étapes

Une usine produit des pièces dont 6 % sont défectueuses. Un premier contrôle rejette 95 % des pièces défectueuses et 3 % des bonnes.

- Calculer la probabilité qu'une pièce soit rejetée.
- Calculer la probabilité qu'une pièce rejetée soit réellement défectueuse.
- Calculer la probabilité qu'une pièce acceptée soit défectueuse.