Plaquette 4 – Tableaux croisés, arbres pondérés et probabilités totales

Probabilités conditionnelles — Première spé maths

Exercices

Méthode

On organise les données en **tableau croisé** ou en **arbre pondéré**, on lit les probabilités conditionnelles comme des **proportions dans une sous-population**, et on descend l'arbre par la **formule des probabilités totales**.

Exercice 1 – Lecture d'un tableau

Sur 400 personnes, 240 sont des femmes ; 160 personnes portent des lunettes, dont 100 femmes. Une personne est choisie au hasard.

a) Calculer la probabilité qu'elle porte des lunettes.

b) Calculer la probabilité qu'elle porte des lunettes sachant que c'est une femme.

Exercice 2 – Renverser le conditionnement

Dans la situation précédente, une personne porte des lunettes. Quelle est la probabilité que ce soit une femme ?

Exercice 3 – Construire un arbre

Une urne contient 5 jetons rouges et 3 bleus. On tire deux jetons **sans remise**. Calculer la probabilité que le second soit rouge.

Exercice 4 – Probabilités totales à trois branches

Trois fournisseurs livrent 20 %, 45 % et 35 % des composants d'une usine, avec des taux de panne de 4 %, 1 % et 2 %. Quel est le taux de panne global ?

Exercice 5 – Probabilité d'une intersection

On a $P(A) = 0{,}6$ et $P_A(B) = 0{,}3$. Calculer $P(A \cap B)$, puis $P\left(A \cap \overline{B}\right)$.

Exercice 6 – Compléter un tableau

On sait que $P(A) = 0{,}5$, $P(B) = 0{,}3$ et $P(A \cup B) = 0{,}65$. Compléter le tableau des probabilités et calculer $P_B(A)$.

Exercice 7 – Test de dépistage simple

Une maladie touche 5 % d'une population. Un test est positif chez 90 % des malades et 10 % des non-malades. Calculer la probabilité qu'un test soit positif.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 8 – Arbre à deux étapes

Un élève arrive en retard avec la probabilité 0,2 s'il prend le bus et 0,05 s'il vient à pied. Il prend le bus 70 % du temps. Quelle est la probabilité qu'il soit en retard ?

Exercice 9 – Indépendance à tester

On tire une carte d'un jeu de 32. Soient A « la carte est un cœur » et B « la carte est un roi ». Ces événements sont-ils indépendants ?

Exercice 10 – Probabilité conditionnelle et réunion

On a $P(A) = 0{,}4$, $P_A(B) = 0{,}25$ et $P_{\overline{A}}(B) = 0{,}5$. Calculer $P(B)$ puis $P(A \cup B)$.

Exercice 11 – Deux tirages avec remise

Une urne contient 4 boules blanches et 6 noires. On tire deux boules **avec remise**. Calculer la probabilité d'obtenir exactement une blanche.

Exercice 12 – Trois tirages successifs

Un sac contient 3 boules vertes et 2 rouges. On tire trois boules sans remise. Calculer la probabilité de tirer les trois vertes.

Exercice 13 – Recherche d'une probabilité inconnue

Dans une classe, 60 % des élèves font du sport. Parmi les sportifs, 80 % sont satisfaits de leur emploi du temps ; globalement, 62 % des élèves le sont. Quelle proportion de non-sportifs est satisfaite ?

Exercice 14 – Une pièce puis une urne

Un joueur lance une pièce équilibrée : si c'est pile, il tire dans une urne A contenant 3 rouges et 1 noire ; sinon dans une urne B contenant 1 rouge et 3 noires. Calculer la probabilité de tirer une rouge, puis celle d'avoir joué avec l'urne A sachant que la boule est rouge.

Exercice 15 – Événements incompatibles

Soient A et B incompatibles avec $P(A) = 0{,}3$ et $P(B) = 0{,}45$. Calculer $P(A \cup B)$, $P_B(A)$ et $P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right)$.

Exercice 16 – Synthèse : contrôle qualité en deux étapes

Une usine produit des pièces dont 6 % sont défectueuses. Un premier contrôle rejette 95 % des pièces défectueuses et 3 % des bonnes.

a) Calculer la probabilité qu'une pièce soit rejetée.

b) Calculer la probabilité qu'une pièce rejetée soit réellement défectueuse.

c) Calculer la probabilité qu'une pièce acceptée soit défectueuse.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).