

## Plaquette 3 – Applications géométriques

### Produit scalaire dans le plan — Première spé maths

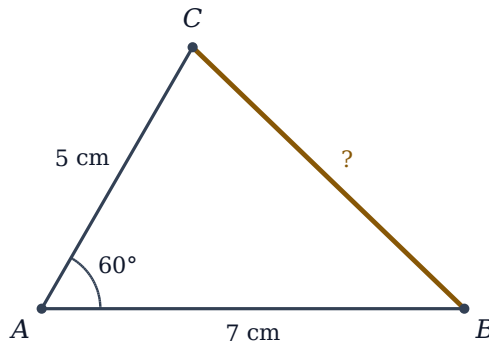
#### Exercices

#### Méthode

Le produit scalaire donne des **théorèmes** : Al-Kashi pour les longueurs et les angles d'un triangle quelconque, la formule de la médiane, l'aire par le sinus, et la description d'**ensembles de points** (cercles, droites). On apprend à reconnaître lequel appliquer selon les données.

#### Exercice 1 – Al-Kashi pour une longueur

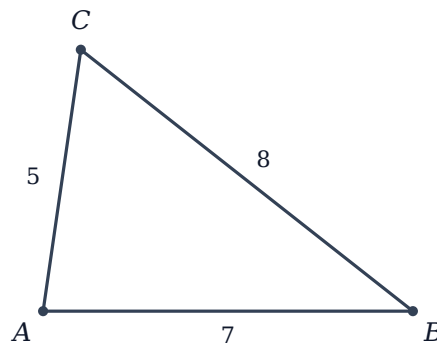
Dans un triangle  $ABC$ , on donne  $AB = 7$  cm,  $AC = 5$  cm et  $\hat{A} = 60^\circ$ .  
Calculer la longueur  $BC$ , valeur exacte puis arrondie au millimètre.



*Triangle connu par deux côtés et l'angle entre eux*

#### Exercice 2 – Al-Kashi pour un angle

Un triangle a pour côtés  $AB = 7$ ,  $AC = 5$  et  $BC = 8$ .  
Calculer une valeur approchée au dixième de degré de l'angle  $\hat{A}$ .



*Triangle connu par ses trois côtés*

**Exercice 3 - Avec un angle obtus**

Dans un triangle  $ABC$ ,  $AB = 4$  cm,  $AC = 6$  cm et  $\hat{A} = 120^\circ$ .

Calculer  $BC$  en valeur exacte.

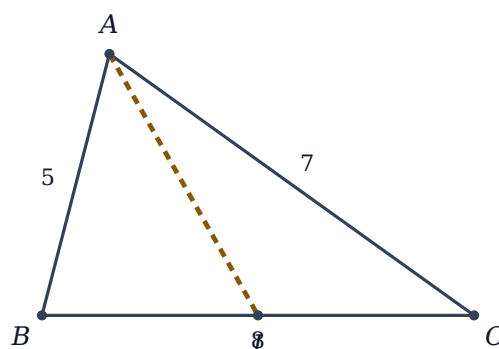
**Exercice 4 - L'aire par le sinus**

Calculer l'aire du triangle  $ABC$  tel que  $AB = 7$  cm,  $AC = 5$  cm et  $\hat{A} = 60^\circ$ , en valeur exacte puis arrondie au  $\text{mm}^2$ .

**Exercice 5 - La longueur d'une médiane**

Dans un triangle  $ABC$ ,  $AB = 5$ ,  $AC = 7$  et  $BC = 8$ . On note  $I$  le milieu de  $[BC]$ .

Calculer la longueur  $AI$  de la médiane issue de  $A$ .



La médiane  $[AI]$

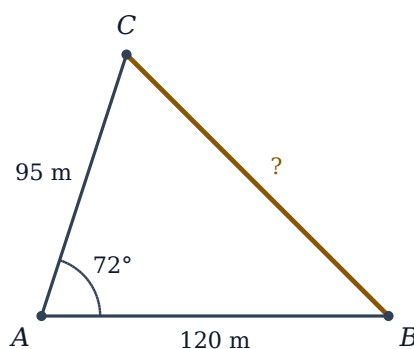
**Exercice 6 - Démontrer le théorème d'Al-Kashi**

En utilisant la relation  $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$ , démontrer le théorème d'Al-Kashi.

**Exercice 7 - La distance inaccessible**

Pour mesurer la largeur d'un étang entre deux points  $B$  et  $C$ , un géomètre se place en  $A$  et mesure :  $AB = 120$  m,  $AC = 95$  m et  $\hat{BAC} = 72^\circ$ .

Calculer la largeur  $BC$  de l'étang, arrondie au mètre.



Mesure par triangulation

**Exercice 8 – Le cap du navire**

Un navire quitte le port  $A$ , parcourt 18 km jusqu'à la bouée  $B$ , puis change de cap de  $40^\circ$  et parcourt 25 km jusqu'au point  $C$ .

- Quel est l'angle  $\widehat{ABC}$  ?
- À quelle distance du port se trouve-t-il ? Arrondir au dixième de kilomètre.

**Exercice 9 – La hauteur par l'aire**

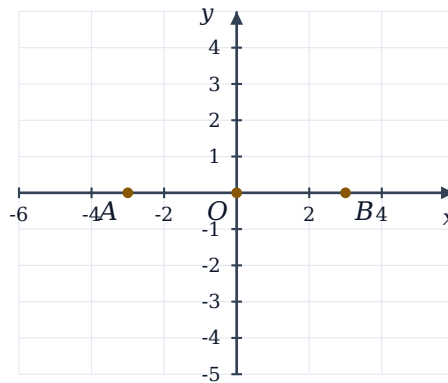
Dans un triangle  $ABC$ ,  $AB = 6$ ,  $AC = 9$  et  $\widehat{A} = 30^\circ$ .

- Calculer l'aire du triangle.
- En déduire la longueur de la hauteur issue de  $C$ .

**Exercice 10 – Un ensemble de points**

Dans un repère orthonormé,  $A(-3; 0)$  et  $B(3; 0)$ .

Déterminer l'ensemble des points  $M$  du plan tels que  $MA^2 + MB^2 = 50$ .



Les deux points  $A$  et  $B$  et leur milieu  $O$

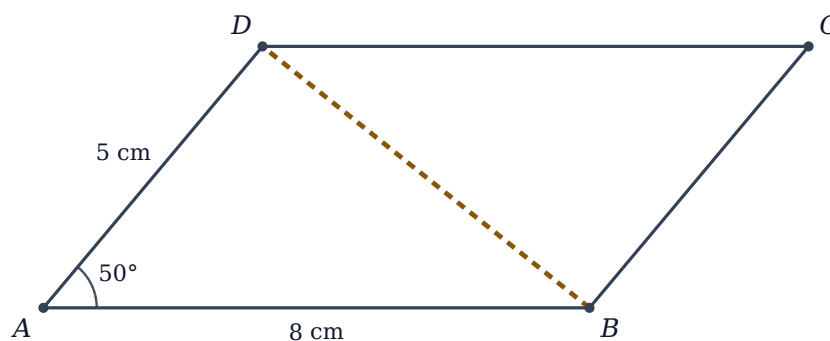
**Exercice 11 – Une différence de carrés**

Avec les mêmes points  $A(-3; 0)$  et  $B(3; 0)$ , déterminer l'ensemble des points  $M$  tels que  $MA^2 - MB^2 = 12$ .

**Exercice 12 – L'aire du parallélogramme**

$ABCD$  est un parallélogramme de côtés  $AB = 8$  cm et  $AD = 5$  cm, avec  $\widehat{BAD} = 50^\circ$ .

- Calculer son aire, arrondie au  $\text{cm}^2$ .
- Calculer la longueur de la diagonale  $[BD]$ .



*Parallélogramme et sa diagonale  $[BD]$*

**Exercice 13 – Trois longueurs, tous les angles**

Un triangle a pour côtés  $a = BC = 9$ ,  $b = AC = 7$  et  $c = AB = 5$ .

Calculer les trois angles du triangle, arrondis au degré, et vérifier la cohérence du résultat.

**Exercice 14 – Le triangle de visée**

Deux radars  $A$  et  $B$  distants de 40 km repèrent un avion  $M$ . Le radar  $A$  mesure  $AM = 32$  km, le radar  $B$  mesure  $BM = 25$  km.

- Calculer l'angle sous lequel  $A$  voit l'avion, c'est-à-dire  $\widehat{MAB}$ .
- Calculer l'aire du triangle  $ABM$ .

**Exercice 15 – Synthèse : tout sur un triangle**

Dans un triangle  $ABC$ ,  $AB = 6$ ,  $AC = 10$  et  $\widehat{A} = 60^\circ$ .

- Calculer  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ , puis  $BC$ .
- Calculer l'aire du triangle.
- Calculer la longueur de la médiane issue de  $A$ .