

Plaquette 2 - Orthogonalité

Produit scalaire dans le plan — Première spé maths

Exercices

Méthode

Un produit scalaire nul, et tout se débloque : perpendicularité, équation de droite, hauteur d'un triangle, médiatrice, cercle de diamètre donné. On apprend ici à **traduire** une condition géométrique en une équation, et réciproquement.

Exercice 1 - Tester l'orthogonalité

Dans un repère orthonormé, dire si les vecteurs suivants sont orthogonaux.

- a) $\vec{u}\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$
- b) $\vec{u}\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$
- c) $\vec{u}\begin{pmatrix} -5 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$
- d) $\vec{u}\begin{pmatrix} 0 \\ 7 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$

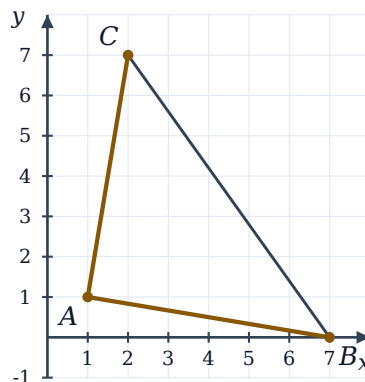
Exercice 2 - Déterminer une inconnue

Déterminer le réel k pour que les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} 3 \\ k \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix}$ soient orthogonaux.

Exercice 3 - Un triangle rectangle ?

Dans un repère orthonormé, on donne $A(1 ; 1)$, $B(7 ; 0)$ et $C(2 ; 7)$.

Démontrer que le triangle ABC est rectangle, et préciser en quel sommet.



Le triangle ABC

Exercice 4 - Lire un vecteur normal

Pour chaque droite, donner un vecteur normal et un vecteur directeur.

a) $d_1: 2x - 3y + 5 = 0$

b) $d_2: x + 4y = 0$

c) $d_3: y = 3x - 1$

Exercice 5 - Une droite par un point et un vecteur normal

Déterminer une équation cartésienne de la droite d passant par $A(1; 2)$ et de vecteur normal $\vec{n}\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$.

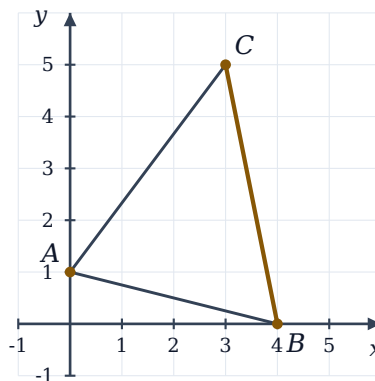
Exercice 6 - La perpendiculaire à une droite

Déterminer une équation cartésienne de la droite d' passant par $B(2; -1)$ et **perpendiculaire** à la droite $d: x + 2y - 4 = 0$.

Exercice 7 - L'équation d'une hauteur

Dans un repère orthonormé, $A(0; 1)$, $B(4; 0)$ et $C(3; 5)$.

Déterminer une équation cartésienne de la hauteur du triangle ABC issue de A .



Triangle ABC ; la hauteur issue de A est perpendiculaire à (BC)

Exercice 8 - Trouver l'orthocentre

Avec les mêmes points $A(0; 1)$, $B(4; 0)$ et $C(3; 5)$:

a) Déterminer une équation de la hauteur issue de B .

b) En déduire les coordonnées de l'orthocentre H du triangle.

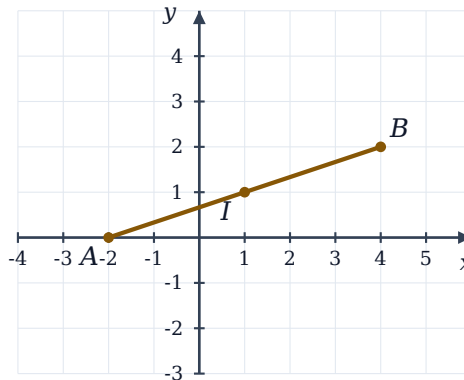
Exercice 9 - L'équation d'une médiatrice

On donne $A(-1; 3)$ et $B(5; 1)$. Déterminer une équation cartésienne de la médiatrice du segment $[AB]$.

Exercice 10 – Le cercle de diamètre donné

On donne $A(-2; 0)$ et $B(4; 2)$.

Déterminer l'ensemble des points $M(x; y)$ tels que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$, et reconnaître cet ensemble.

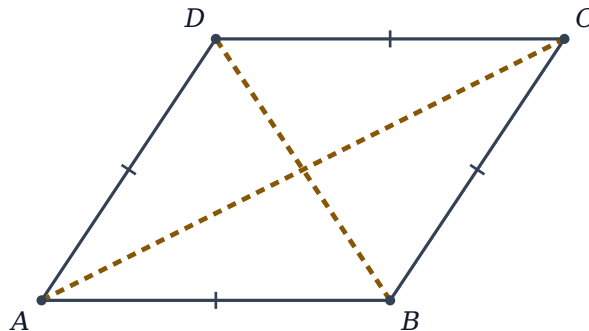


$[AB]$ et son milieu I

Exercice 11 – Les diagonales du losange

$ABCD$ est un parallélogramme tel que $AB = AD$ (c'est donc un losange).

Démontrer, à l'aide du produit scalaire, que ses diagonales sont perpendiculaires.



Losange et ses deux diagonales

Exercice 12 – Deux droites perpendiculaires ?

Les droites $d: 4x - 6y + 1 = 0$ et $d': 3x + 2y - 7 = 0$ sont-elles perpendiculaires ?

Exercice 13 – Les coordonnées du projeté

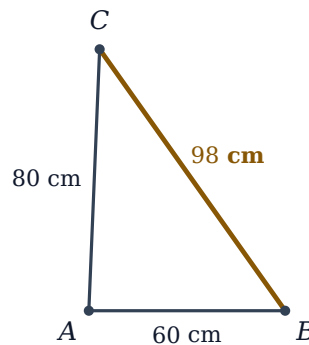
Dans un repère orthonormé, $A(0; 0)$, $B(4; 2)$ et $C(1; 5)$.

Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal H de C sur la droite (AB) .

Exercice 14 – L'équerre du charpentier

Un charpentier veut vérifier qu'un assemblage est bien d'équerre. Il mesure, depuis le sommet, 60 cm sur une poutre et 80 cm sur l'autre, puis mesure la distance entre les deux repères : il trouve 98 cm.

L'assemblage est-il d'équerre ? Sinon, l'angle est-il trop ouvert ou trop fermé ?



Les trois mesures du charpentier

Exercice 15 – Synthèse : hauteur, médiatrice et cercle

Dans un repère orthonormé, $A(1 ; 0)$ et $B(5 ; 4)$.

- Déterminer une équation de la médiatrice de $[AB]$.
- Déterminer une équation du cercle de diamètre $[AB]$.
- Vérifier que le point $C(5 ; 0)$ appartient à ce cercle, puis en déduire la nature du triangle ABC .