

Plaquette 4 – Les trois expressions du produit scalaire et le calcul d'angles

Produit scalaire dans le plan — Première spé maths

Exercices

Méthode

On choisit **la bonne expression** du produit scalaire selon les données : coordonnées, normes et angle, ou projection — puis on en déduit **angles, longueurs** et **orthogonalité**.

Exercice 1 – Produit scalaire par coordonnées

Soient $\vec{u}(3; -2)$ et $\vec{v}(1; 4)$. Calculer $\vec{u} \cdot \vec{v}$, les normes, puis l'angle entre les deux vecteurs.

Exercice 2 – Orthogonalité et paramètre

Pour quelle valeur de m les vecteurs $\vec{u}(2; m)$ et $\vec{v}(m - 1; 3)$ sont-ils orthogonaux ?

Exercice 3 – Produit scalaire par les normes

Deux vecteurs vérifient $\|\vec{u}\| = 5$, $\|\vec{v}\| = 3$ et forment un angle de 60° . Calculer $\vec{u} \cdot \vec{v}$, puis $\|\vec{u} + \vec{v}\|$.

Exercice 4 – Angle d'un triangle

Soient $A(1; 1)$, $B(4; 2)$ et $C(2; 5)$. Calculer $\hat{BAC}$.

Exercice 5 – Triangle rectangle

Montrer que le triangle de sommets $A(0; 0)$, $B(4; 2)$ et $C(1; -2)$ est rectangle, et préciser en quel sommet.

Exercice 6 – Projection orthogonale

Dans un triangle, $AB = 6$, $AC = 4$ et $\hat{BAC} = 45^\circ$. Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$, puis la distance AH où H est le projeté de C sur (AB) .

Exercice 7 – Ensemble de points

Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$, avec $A(-2; 0)$ et $B(4; 0)$.

Exercice 8 – Longueur d'une médiane

Dans un triangle ABC avec $AB = 5$, $AC = 7$ et $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 10$, calculer la longueur de la médiane AI issue de A .

Exercice 9 – Développer une expression vectorielle

Développer et simplifier $(\vec{u} + 2\vec{v}) \cdot (3\vec{u} - \vec{v})$ en fonction de $\|\vec{u}\|^2$, $\|\vec{v}\|^2$ et $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

Exercice 10 – Vecteur orthogonal

Déterminer un vecteur unitaire orthogonal à $\vec{u}(4; -3)$.

Exercice 11 – Al-Kashi

Dans un triangle, $AB = 8$, $AC = 5$ et $BC = 7$. Calculer $\cos \hat{BAC}$ puis l'aire.

Exercice 12 – Hauteur d'un triangle

Soient $A(0; 0)$, $B(6; 0)$ et $C(2; 4)$. Déterminer le pied H de la hauteur issue de C , puis la longueur CH .

Exercice 13 – Équation d'une droite par vecteur normal

Déterminer l'équation de la droite passant par $A(2; -1)$ et de vecteur normal $\vec{n}(3; 5)$.

Exercice 14 – Distance d'un point à une droite

Calculer la distance du point $P(4; 3)$ à la droite $d: 3x - 4y + 2 = 0$.

Exercice 15 – Losange et diagonales

Montrer que si $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\|$, alors $(\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} - \vec{v}) = 0$. Quelle propriété du losange retrouve-t-on ?

Exercice 16 – Synthèse : orthocentre

Soient $A(0; 0)$, $B(4; 0)$ et $C(1; 3)$.

- Déterminer l'équation de la hauteur issue de A .
- Déterminer celle issue de B .
- En déduire les coordonnées de l'orthocentre et vérifier avec la troisième hauteur.