

Plaquette 1 - Forme canonique et racines

Second degré — Première spé maths

Exercices

Méthode

On part de la forme développée $ax^2 + bx + c$ pour aller vers la **forme canonique** $a(x - \alpha)^2 + \beta$, qui donne le **sommet** de la parabole, puis vers les **racines**, par le discriminant ou directement par la forme canonique. À chaque fois, on contrôle son résultat en redéveloppant.

Exercice 1 - Repérer les coefficients

Pour chacune des expressions suivantes, donner les coefficients a , b et c du trinôme.

a) $f(x) = 3x^2 - 5x + 2$

b) $g(x) = -x^2 + 7$

c) $h(x) = x^2 + x$

d) $k(x) = (x - 2)(x + 5)$

Exercice 2 - Un premier sommet

Soit $f(x) = x^2 - 6x + 5$. Déterminer les coordonnées du sommet de la parabole, puis écrire $f(x)$ sous forme canonique.

Exercice 3 - Quand le sommet tombe sur une fraction

Écrire $f(x) = x^2 + 5x + 3$ sous forme canonique. On donnera α et β sous forme de fractions.

Exercice 4 - Ne pas oublier le coefficient devant le carré

Soit $f(x) = 2x^2 - 8x + 3$. Donner sa forme canonique, puis en déduire le minimum de f et la valeur de x où il est atteint.

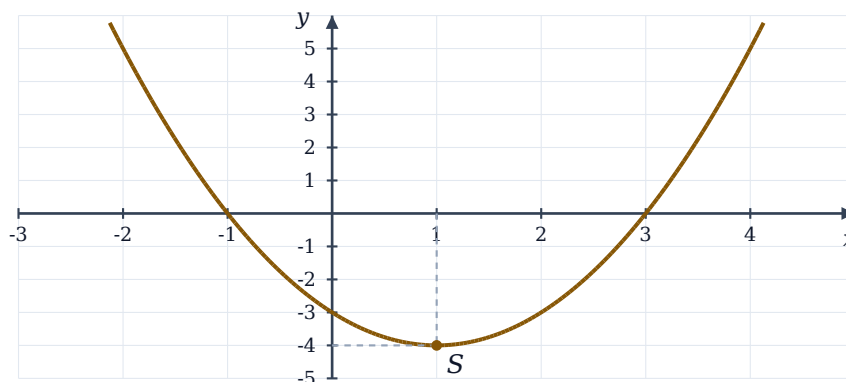
Exercice 5 - Une parabole tournée vers le bas

Un toboggan est modélisé par $f(x) = -3x^2 + 12x - 7$. Déterminer la hauteur maximale atteinte et l'abscisse correspondante.

Exercice 6 - Lire le sommet sur le graphique

La parabole ci-dessous représente une fonction f du second degré dont le coefficient dominant vaut 1.

- Lire les coordonnées du sommet et donner l'équation de l'axe de symétrie.
- En déduire la forme canonique de $f(x)$, puis sa forme développée.
- Lire les racines de f et vérifier le produit des racines.



Parabole représentant f

Exercice 7 - L'erreur de Léa

Léa affirme que $x^2 + 6x + 5 = (x + 3)^2 + 5$. Montrer qu'elle se trompe, puis écrire la forme canonique correcte.

Exercice 8 - Du canonique au développé

On donne $f(x) = -2(x + 1)^2 + 8$.

- Développer $f(x)$.
- Résoudre $f(x) = 0$ directement à partir de la forme canonique.

Exercice 9 - Combien de racines ?

Sans calculer les racines, donner le nombre de solutions réelles de chaque équation.

- $x^2 - 5x + 6 = 0$
- $4x^2 - 12x + 9 = 0$
- $x^2 + x + 1 = 0$
- $-2x^2 + 3x + 5 = 0$

Exercice 10 - Deux racines à calculer

Résoudre $2x^2 - 7x + 3 = 0$, puis écrire $2x^2 - 7x + 3$ sous forme factorisée.

Exercice 11 - Une racine double

Résoudre $9x^2 - 30x + 25 = 0$ et interpréter graphiquement le résultat.

Exercice 12 - Un trinôme qui ne s'annule jamais

Montrer que $f(x) = 3x^2 - 2x + 4$ ne s'annule pour aucun réel x , puis démontrer que $f(x) > 0$ pour tout x réel.

Exercice 13 - La racine cachée

a) Vérifier que 4 est une racine de $x^2 - 9x + 20$, puis trouver l'autre racine sans calculer le discriminant.

b) Même travail avec $2x^2 + 3x - 5$, dont 1 est une racine évidente.

Exercice 14 - Retrouver le trinôme à partir de son sommet

Une parabole a pour sommet $S(2; -3)$ et passe par le point $A(0; 5)$. Déterminer l'expression développée du trinôme f dont elle est la représentation graphique.

Exercice 15 - Le lancer franc

Un ballon lancé depuis une hauteur de 1,8 m suit la trajectoire d'équation $h(x) = -0,05x^2 + 0,6x + 1,8$, où x est la distance horizontale en mètres et $h(x)$ la hauteur en mètres.

a) Quelle est la hauteur maximale du ballon, et à quelle distance est-elle atteinte ?

b) À quelle distance du lanceur le ballon touche-t-il le sol ? Arrondir au dixième de mètre.

Exercice 16 - Fabriquer un trinôme sur mesure

Déterminer la forme développée du trinôme f de coefficient dominant $a = 2$ dont les racines sont -3 et 5 , puis donner les coordonnées du sommet de sa parabole.