# Plaquette 1 – Reconnaître, calculer, sommer

## Suites arithmétiques et géométriques — Première spé maths

Exercices

**Méthode**

On reconnaît la nature d'une suite, on calcule un terme de rang quelconque avec la formule explicite, on somme des termes, on étudie la monotonie, et on résout des problèmes de seuil (placement, population, amortissement). Les formules de somme sont à connaître par cœur.

### Exercice 1 – Reconnaître la nature d'une suite

Pour chaque suite, préciser si elle est arithmétique, géométrique ou ni l'une ni l'autre, en justifiant.

a) $u_n = 5 + 3n$

b) $v_n = 2 \times 4^n$

c) $w_n = n^2$

### Exercice 2 – Terme général d'une suite arithmétique

Une suite arithmétique vérifie $u_0 = 7$ et $r = -2$. Calculer $u_{10}$, puis déterminer le rang $n$ pour lequel $u_n = -35$.

### Exercice 3 – Deux termes connus

Une suite arithmétique $(u_n)$ vérifie $u_3 = 11$ et $u_8 = 31$. Déterminer sa raison et son premier terme $u_0$.

### Exercice 4 – Terme général d'une suite géométrique

Une suite géométrique vérifie $v_0 = 250$ et $q = 1{,}04$. Calculer $v_5$ et $v_{10}$, arrondis au centième.

### Exercice 5 – Évolution en pourcentage

La population d'une ville était de 12 000 habitants en 2020 et diminue de 1,5 % par an.

a) Modéliser la population par une suite $(p_n)$, où $p_n$ est la population en $2020 + n$.

b) Calculer $p_4$, arrondi à l'unité.

### Exercice 6 – Somme des premiers entiers

Calculer $S = 1 + 2 + 3 + \cdots + 100$, puis $T = 20 + 21 + \cdots + 60$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

### Exercice 7 – Somme de termes d'une suite arithmétique

Soit $(u_n)$ arithmétique avec $u_0 = 3$ et $r = 5$. Calculer $u_0 + u_1 + \cdots + u_{20}$.

### Exercice 8 – Somme de termes d'une suite géométrique

Calculer $S = 1 + 3 + 3^2 + \cdots + 3^{10}$, puis $S' = 5 \times \left(1 + 0{,}5 + 0{,}5^2 + \cdots + 0{,}5^6\right)$ (arrondi au millième).

### Exercice 9 – Monotonie d'une suite

Étudier le sens de variation des suites suivantes.

a) $u_n = 4 - 0{,}5n$
b) $v_n = 3 \times 1{,}2^{\,n}$
c) $w_n = 100 \times 0{,}9^{\,n}$

### Exercice 10 – Problème de seuil

Un capital de 2 000 € est placé à intérêts composés au taux annuel de 3 %.

a) Exprimer le capital $C_n$ au bout de $n$ années.
b) Déterminer, par essais successifs, la première année où le capital dépasse 2 700 €.
c) Écrire un algorithme (en Python) qui renvoie ce nombre d'années.

### Exercice 11 – Une suite récurrente ramenée à une suite géométrique

Soit $(u_n)$ définie par $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = 3u_n - 2$.

a) Calculer $u_1$, $u_2$ et $u_3$. La suite est-elle arithmétique ? géométrique ?
b) On pose $v_n = u_n - 1$. Montrer que $(v_n)$ est géométrique, puis exprimer $u_n$ en fonction de $n$.

### Exercice 12 – Intérêts simples ou composés

On place 1000 € pendant 10 ans. Avec des intérêts simples à 5 %, le capital augmente chaque année de 5 % du capital **initial** ; avec des intérêts composés à 5 %, il augmente chaque année de 5 % du capital **de l'année précédente**.

Exprimer le capital après $n$ années dans chaque cas, puis comparer après 10 ans.

### Exercice 13 – Compter les termes d'une somme

Calculer la somme $S = 5 + 8 + 11 + \cdots + 302$.

### Exercice 14 – Variations et seuil d'une suite géométrique

Soit $u_n = 4 \times 0{,}9^n$.

a) Étudier le sens de variation de $(u_n)$.
b) Déterminer le plus petit entier $n$ tel que $u_n < 1$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

### Exercice 15 – Synthèse : amortissement d’un prêt

Un particulier rembourse un prêt : il verse 150 € le premier mois, puis augmente son versement de 10 € chaque mois.

a) Quel est le montant versé le $12^{e}$ mois ?

b) Quelle somme totale a-t-il versée au bout d’un an ?

c) Au bout de combien de mois le total versé dépasse-t-il 5 000 € ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).