Plaquette 3 – Suites géométriques : raison, croissance et sommes

Suites arithmétiques et géométriques — Première spé maths

Exercices

Méthode

On **reconnaît** une suite géométrique par le **quotient constant**, on écrit son **terme général**, on calcule des **sommes** et on traite les **pourcentages d'évolution**.

Exercice 1 – Reconnaître une suite géométrique

Ces suites sont-elles géométriques ? Si oui, donner la raison.

a) 3 ; 6 ; 12 ; 24 ; ...
b) 5 ; 8 ; 11 ; 14 ; ...
c) $u_n = 4 \times 3^n$
d) $u_n = 2^n + 1$

Exercice 2 – Terme général

Une suite géométrique vérifie $u_0 = 5$ et $q = 1{,}2$. Calculer u_{10} et déterminer le premier rang où $u_n > 50$.

Exercice 3 – Deux termes connus

Une suite géométrique à termes positifs vérifie $u_2 = 12$ et $u_5 = 96$. Déterminer q, u_0 et u_8.

Exercice 4 – Évolution en pourcentage

Une population de 80 000 habitants augmente de 1,5 % par an. Quelle sera-t-elle dans 20 ans ? Quand dépassera-t-elle 100 000 ?

Exercice 5 – Suite décroissante

Une machine perd 12 % de sa valeur par an. Elle vaut 25 000 € à l'achat. Quelle est sa valeur au bout de 8 ans ? Quand vaudra-t-elle moins de 5000 € ?

Exercice 6 – Somme géométrique

Calculer $1 + 2 + 4 + 8 + \cdots + 2^{10}$, puis $3 + 6 + 12 + \cdots + 3 \times 2^9$.

Exercice 7 – Épargne avec versements

On place 1000 € le 1er janvier de chaque année sur un compte à 3 %. Quel capital après le 10e versement (juste après) ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 8 – Raison négative

Soit (u_n) géométrique avec $u_0 = 4$ et $q = -0{,}5$. Calculer les cinq premiers termes et la somme $u_0 + \cdots + u_4$.

Exercice 9 – Baisse puis hausse

Un prix baisse de 20 % puis augmente de 20 %. Quelle est l'évolution globale ? Quelle hausse faudrait-il pour revenir au prix initial ?

Exercice 10 – Comparer arithmétique et géométrique

Soient $u_n = 1000 + 200n$ (arithmétique) et $v_n = 1000 \times 1{,}1^n$ (géométrique). Comparer aux rangs 5, 10 et 20.

Exercice 11 – Suite géométrique et logarithme

Une substance radioactive perd 3 % de sa masse par jour. Combien de jours pour qu'il n'en reste que 10 % ?

Exercice 12 – Somme infinie

Calculer $S = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \cdots$ (somme de tous les termes).

Exercice 13 – Taux annuel équivalent

Un capital passe de 5000 € à 8000 € en 6 ans. Quel est le taux annuel moyen ?

Exercice 14 – Suite à termes alternés

Soit $u_n = 3 \times (-2)^n$. Calculer u_0 à u_4 et $S = u_0 + \cdots + u_4$. Que peut-on dire du comportement ?

Exercice 15 – Modèle de propagation

Une rumeur est connue de 2 personnes au jour 0 ; chaque jour, le nombre de personnes informées triple. Combien au jour 8 ? Quand toute une ville de 200 000 habitants sera-t-elle informée ?

Exercice 16 – Synthèse : deux offres de placement

Offre A : 10 000 € placés à 4 % par an. Offre B : 10 000 € rapportant 450 € d'intérêts fixes par an.

a) Exprimer les capitaux A_n et B_n.

b) Comparer au bout de 5, 10 et 20 ans.

c) Déterminer l'année où A dépasse B.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).