

Plaquette 4 - Variations, limites et algorithmes de seuil

Suites arithmétiques et géométriques — Première spé maths

Exercices

Méthode

On étudie le **sens de variation** d'une suite (par différence ou par quotient), on détermine sa **limite**, et on écrit l'**algorithme de seuil** correspondant.

Exercice 1 - Sens de variation par différence

Étudier le sens de variation de $u_n = n^2 - 6n + 5$.

Exercice 2 - Sens de variation par quotient

Étudier le sens de variation de $u_n = \frac{3^n}{n+1}$ pour $n \geq 0$.

Exercice 3 - Limites de suites géométriques

Déterminer les limites de $u_n = 0,7^n$, $v_n = 1,3^n$, $w_n = (-0,4)^n$ et $t_n = (-2)^n$.

Exercice 4 - Algorithme de seuil croissant

Que renvoie ce script ?

```
u = 3.0
n = 0
while u < 1000:
    u = 1.5 * u
    n = n + 1
print(n)
```

Exercice 5 - Algorithme de seuil décroissant

Écrire un script donnant le premier rang tel que $u_n < 0,01$ pour $u_n = 5 \times 0,8^n$, puis le calculer.

Exercice 6 - Suite définie par une fonction

Soit $u_n = \frac{2n+1}{n+3}$. Étudier le sens de variation et déterminer la limite.

Exercice 7 - Terminaison d'un algorithme

Ce script se termine-t-il ?

```
u = 1.0
n = 0
while u < 3:
    u = u + 1 / (n + 1)
    n = n + 1
```

```
print(n)
```

Exercice 8 - Limite d'une somme géométrique

Soit $S_n = 1 + 0,6 + 0,6^2 + \dots + 0,6^n$. Exprimer S_n et déterminer sa limite.

Exercice 9 - Comparaison de vitesses de croissance

Comparer les limites et les vitesses de croissance de $u_n = n^2$, $v_n = 2^n$ et $w_n = 100n$.

Exercice 10 - Suite alternée bornée

Soit $u_n = \frac{(-1)^n}{n+1}$. Déterminer les premiers termes, la limite, et dire si la suite est monotone.

Exercice 11 - Seuil sur une suite arithmétique

Écrire un algorithme donnant le premier rang tel que $u_n > 10\,000$ pour $u_0 = 7$ et $r = 13$, puis le calculer directement.

Exercice 12 - Suite bornée et convergence

Soit $u_n = 3 - \frac{2}{n+1}$. Montrer que la suite est croissante et majorée par 3, puis donner sa limite.

Exercice 13 - Suite arithmético-géométrique

Soit $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = 0,5u_n + 3$. Calculer les premiers termes et conjecturer la limite.

Exercice 14 - Comparaison de deux algorithmes

Pour trouver le rang où $u_n = 2 \times 1,05^n$ dépasse 1000, comparer une boucle *while* et le calcul par logarithme.

Exercice 15 - Limite d'un quotient

Déterminer la limite de $u_n = \frac{3n^2 + 2n - 1}{n^2 + 5}$.

Exercice 16 - Synthèse : population de poissons

Un lac contient 5000 poissons. Chaque année, la population perd 20 % et on réintroduit 1200 poissons.

- Modéliser par une suite et calculer u_1 , u_2 , u_3 .
- Déterminer la limite.
- Écrire un algorithme donnant l'année où la population dépasse 5900.