Plaquette 4 – Variations, limites et algorithmes de seuil

Suites arithmétiques et géométriques — Première spé maths

Exercices

Méthode

On étudie le **sens de variation** d'une suite (par différence ou par quotient), on détermine sa **limite**, et on écrit l'**algorithme de seuil** correspondant.

Exercice 1 – Sens de variation par différence

Étudier le sens de variation de $u_n = n^2 - 6n + 5$.

Exercice 2 – Sens de variation par quotient

Étudier le sens de variation de $u_n = \dfrac{3^n}{n+1}$ pour $n \geq 0$.

Exercice 3 – Limites de suites géométriques

Déterminer les limites de $u_n = 0{,}7^n$, $v_n = 1{,}3^n$, $w_n = (-0{,}4)^n$ et $t_n = (-2)^n$.

Exercice 4 – Algorithme de seuil croissant

Que renvoie ce script ?

```
u = 3.0
n = 0
while u < 1000:
    u = 1.5 * u
    n = n + 1
print(n)
```

Exercice 5 – Algorithme de seuil décroissant

Écrire un script donnant le premier rang tel que $u_n < 0{,}01$ pour $u_n = 5 \times 0{,}8^n$, puis le calculer.

Exercice 6 – Suite définie par une fonction

Soit $u_n = \dfrac{2n+1}{n+3}$. Étudier le sens de variation et déterminer la limite.

Exercice 7 – Terminaison d'un algorithme

Ce script se termine-t-il ?

```
u = 1.0
n = 0
while u < 3:
    u = u + 1 / (n + 1)
    n = n + 1
```

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

```
print(n)
```

Exercice 8 – Limite d'une somme géométrique

Soit $S_n = 1 + 0{,}6 + 0{,}6^2 + \cdots + 0{,}6^n$. Exprimer S_n et déterminer sa limite.

Exercice 9 – Comparaison de vitesses de croissance

Comparer les limites et les vitesses de croissance de $u_n = n^2$, $v_n = 2^n$ et $w_n = 100n$.

Exercice 10 – Suite alternée bornée

Soit $u_n = \dfrac{(-1)^n}{n+1}$. Déterminer les premiers termes, la limite, et dire si la suite est monotone.

Exercice 11 – Seuil sur une suite arithmétique

Écrire un algorithme donnant le premier rang tel que $u_n > 10\,000$ pour $u_0 = 7$ et $r = 13$, puis le calculer directement.

Exercice 12 – Suite bornée et convergence

Soit $u_n = 3 - \dfrac{2}{n+1}$. Montrer que la suite est croissante et majorée par 3, puis donner sa limite.

Exercice 13 – Suite arithmético-géométrique

Soit $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = 0{,}5u_n + 3$. Calculer les premiers termes et conjecturer la limite.

Exercice 14 – Comparaison de deux algorithmes

Pour trouver le rang où $u_n = 2 \times 1{,}05^n$ dépasse 1000, comparer une boucle *while* et le calcul par logarithme.

Exercice 15 – Limite d'un quotient

Déterminer la limite de $u_n = \dfrac{3n^2 + 2n - 1}{n^2 + 5}$.

Exercice 16 – Synthèse : population de poissons

Un lac contient 5000 poissons. Chaque année, la population perd 20 % et on réintroduit 1200 poissons.

a) Modéliser par une suite et calculer u_1, u_2, u_3.

b) Déterminer la limite.

c) Écrire un algorithme donnant l'année où la population dépasse 5900.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).