

Plaquette 5 - Problèmes de synthèse :
cercle, équations et formules d'addition
Trigonométrie — Première spé maths
Exercices

Méthode

On place les angles sur le **cercle trigonométrique**, on utilise les **valeurs remarquables** et les **angles associés**, on résout des **équations** en cos et sin, et on applique les **formules d'addition et de duplication**.

Exercice 1 - Mesure principale

Déterminer la mesure principale (dans $] -\pi ; \pi]$) des angles $\frac{25\pi}{6}$, $-\frac{17\pi}{4}$ et $\frac{15\pi}{2}$.

Exercice 2 - Angles associés

Sachant que $\cos x = \frac{1}{3}$, calculer $\cos(\pi - x)$, $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$, $\cos(-x)$ et $\cos(\pi + x)$.

Exercice 3 - Équation en cosinus

Résoudre $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ sur $[0 ; 2\pi[$, puis sur $\mathbb{R}$.

Exercice 4 - Équation en sinus

Résoudre $\sin x = -\frac{1}{2}$ sur $] -\pi ; \pi]$.

Exercice 5 - Formule d'addition

Calculer la valeur exacte de $\cos \frac{\pi}{12}$.

Exercice 6 - Formule de duplication

Sachant que $\sin x = \frac{3}{5}$ avec $x \in \left]0 ; \frac{\pi}{2}\right[$, calculer $\cos x$, $\sin 2x$ et $\cos 2x$.

Exercice 7 - Équation avec factorisation

Résoudre $2 \cos^2 x - \cos x - 1 = 0$ sur $[0 ; 2\pi[$.

Exercice 8 - Inéquation trigonométrique

Résoudre $\cos x \geq \frac{1}{2}$ sur $[0 ; 2\pi[$.

Exercice 9 - Simplification d'expression

Simplifier $A = \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \sin(\pi - x) + \cos(-x)$.

Exercice 10 - Équation à double argument

Résoudre $\sin 2x = \sin x$ sur $[0 ; 2\pi[$.

Exercice 11 - Valeur exacte par duplication

Utiliser $\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$ pour calculer $\cos \frac{\pi}{8}$.

Exercice 12 - Signes selon le quadrant

On sait que $\cos x = -\frac{5}{13}$ et que $x \in \left] \frac{\pi}{2} ; \pi \right[$. Calculer $\sin x$ puis $\sin 2x$.

Exercice 13 - Périodicité et courbe

Soit $f(x) = 3 \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$. Déterminer l'amplitude, la période, et les valeurs de x de $[0 ; \pi]$ où f est maximale.

Exercice 14 - Somme de cosinus

Montrer que $\cos(a + b) + \cos(a - b) = 2 \cos a \cos b$, puis en déduire $\cos \frac{5\pi}{12} + \cos \frac{\pi}{12}$.

Exercice 15 - Modèle de marée

La hauteur d'eau dans un port, en mètres, est modélisée par $h(t) = 4 + 2,5 \sin\left(\frac{\pi t}{6}\right)$ où t est l'heure. Déterminer la hauteur maximale, la période, et les heures où la hauteur dépasse 5,25 m sur $[0 ; 12]$.

Exercice 16 - Synthèse : triangle et Al-Kashi

Dans un triangle ABC , $AB = 7$, $AC = 5$ et $\hat{BAC} = 60^\circ$.

- Calculer BC .
- Calculer $\cos \hat{ABC}$.
- Calculer l'aire du triangle.