Plaquette 1 – Loi de probabilité

Variables aléatoires — Première spé maths

Exercices

Méthode

Une variable aléatoire associe un **nombre** à chaque issue d'une expérience. Donner sa loi, c'est lister ses valeurs possibles et la probabilité de chacune, dans un tableau dont la somme des probabilités vaut 1. On s'entraîne à construire ce tableau, puis à s'en servir.

Exercice 1 – Reconnaître une loi de probabilité

Dans chaque cas, dire si le tableau définit une loi de probabilité.

a) $P(X = 0) = 0{,}2$; $P(X = 1) = 0{,}5$; $P(X = 2) = 0{,}3$

b) $P(X = 1) = 0{,}4$; $P(X = 2) = 0{,}4$; $P(X = 3) = 0{,}3$

c) $P(X = -1) = 0{,}6$; $P(X = 0) = -0{,}1$; $P(X = 1) = 0{,}5$

Exercice 2 – Une probabilité manquante

La variable aléatoire X prend les valeurs 1, 2, 3 et 4 avec

$$P(X = 1) = 0{,}15 \qquad P(X = 2) = 0{,}3 \qquad P(X = 4) = 0{,}25$$

Déterminer $P(X = 3)$.

Exercice 3 – La somme de deux dés

On lance deux dés équilibrés et on note S la somme des résultats.

a) Quelles valeurs S peut-elle prendre ?

b) Calculer $P(S = 5)$ et $P(S = 11)$.

Exercice 4 – La loi complète de la somme

Toujours avec deux dés équilibrés et S la somme, établir la loi de probabilité de S et vérifier que la somme des probabilités vaut 1.

Exercice 5 – Un jeu de hasard

Une urne contient 3 boules marquées 0, 5 boules marquées 1 et 2 boules marquées 5. On tire une boule au hasard et on note X le nombre inscrit.

a) Établir la loi de probabilité de X.

b) Calculer $P(X \geq 1)$.

Exercice 6 – Des probabilités cumulées

La loi de X est donnée par le tableau suivant.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

x_i	1	2	3	4	5
$P(X = x_i)$	0,1	0,25	0,3	0,2	0,15

Calculer $P(X \leq 3)$, $P(X > 3)$ et $P(2 \leq X \leq 4)$.

Exercice 7 – Le gain algébrique

À une fête foraine, un jeu coûte 2 € la partie. On tire une boule dans une urne contenant 10 boules : une boule gagnante rapporte 10 €, trois boules rapportent 3 €, les autres ne rapportent rien.

Établir la loi de probabilité du gain algébrique G du joueur.

Exercice 8 – Deux tirages sans remise

Une urne contient 4 boules rouges et 2 boules noires. On tire deux boules successivement **sans remise** et on note X le nombre de boules rouges obtenues.

Établir la loi de probabilité de X.

Exercice 9 – Une loi avec un paramètre

La variable X prend les valeurs 1, 2 et 3 avec $P(X = 1) = a$, $P(X = 2) = 2a$ et $P(X = 3) = 3a$.

a) Déterminer a.

b) Calculer $P(X \leq 2)$.

Exercice 10 – Le nombre de piles

On lance trois fois une pièce équilibrée et on note X le nombre de piles obtenus.

Établir la loi de probabilité de X.

Exercice 11 – Du tableau croisé à la loi

Dans une classe de 30 élèves, on note X le nombre de langues vivantes étudiées : 6 élèves en étudient une, 20 en étudient deux et 4 en étudient trois.

a) Établir la loi de X.

b) Un élève est choisi au hasard : quelle est la probabilité qu'il étudie au moins deux langues ?

Exercice 12 – Le maximum de deux dés

On lance deux dés équilibrés et on note M le plus grand des deux résultats (si les deux sont égaux, M vaut cette valeur commune).

Calculer $P(M = 3)$ et $P(M \leq 3)$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 13 – Une répartition à modéliser

Un standard téléphonique reçoit, selon les jours, 0, 1, 2 ou 3 réclamations. Sur 200 jours observés, on a compté : 80 jours sans réclamation, 70 avec une, 40 avec deux et le reste avec trois.

a) Établir la loi de probabilité du nombre X de réclamations.

b) Calculer la probabilité qu'un jour donné, il y ait au moins deux réclamations.

Exercice 14 – Deux variables sur la même expérience

On lance un dé équilibré. On pose X le résultat du dé, et $Y = 2X - 3$.

a) Donner la loi de X.

b) Donner la loi de Y.

Exercice 15 – Synthèse : la roue de loterie

Une roue comporte 12 secteurs identiques : 1 secteur « jackpot » à 50 €, 2 secteurs à 10 €, 4 secteurs à 2 € et les autres sans gain. Une partie coûte 5 €.

a) Établir la loi de probabilité du gain algébrique G.

b) Calculer la probabilité que le joueur perde de l'argent.

c) Calculer $P(G > 0)$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).