Plaquette 4 – Lecture graphique, tableaux de signes et équations

Variations et extremums — Première spé maths

Exercices

Méthode

On **lit** des variations sur un graphique, on déduit le **signe de la dérivée**, on exploite un tableau de variations pour **dénombrer les solutions** d'une équation et encadrer une racine.

Exercice 1 – Du signe de f' aux variations

Une fonction f est dérivable sur $[-4\,;5]$ et $f'(x) = (x+2)(x-3)$. Dresser le tableau de variations de f.

Exercice 2 – Nombre de solutions

Soit $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$. Dresser le tableau de variations sur $\mathbb{R}$ et déterminer le nombre de solutions de $f(x) = 2$.

Exercice 3 – Encadrement par balayage

Montrer que $x^3 + x - 5 = 0$ admet une unique solution réelle et l'encadrer à 10^{-2} près.

Exercice 4 – Tableau de signes d'un quotient

Résoudre $\dfrac{(x-1)(x+3)}{x-2} \geq 0$.

Exercice 5 – Lecture d'un graphique de dérivée

La dérivée f' d'une fonction f est représentée par la parabole passant par $(-1\,;0)$ et $(4\,;0)$, de sommet vers le bas. Déterminer les variations de f et la nature de ses extremums.

Exercice 6 – Dichotomie

La fonction $f(x) = x^3 - 2x - 1$ admet une racine dans $[1\,;2]$. Effectuer trois étapes de dichotomie.

Exercice 7 – Comparaison de deux fonctions

Comparer $f(x) = x^3$ et $g(x) = 3x - 2$ sur $\mathbb{R}$.

Exercice 8 – Fonction avec valeur interdite

Étudier les variations de $f(x) = x + \dfrac{4}{x}$ sur $]0\,;+\infty[$ et déterminer son minimum.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 9 – Paramètre et nombre de solutions

Soit $f(x) = x^3 - 3x$. Déterminer, selon k, le nombre de solutions de $f(x) = k$.

Exercice 10 – Signe d'une expression factorisée

Résoudre $x^3 - 4x \leq 0$.

Exercice 11 – Extremum et tangente

Soit $f(x) = x^3 + ax^2 + b$. Déterminer a et b pour que f ait un extremum local en $x = 2$ de valeur -3.

Exercice 12 – Variations d'une somme

Soient f croissante et g croissante sur un intervalle I. Que peut-on dire de $f + g$, de $f - g$ et de fg ?

Exercice 13 – Résolution graphique

Soit $f(x) = x^4 - 4x^2$. Dresser le tableau de variations et déterminer le nombre de solutions de $f(x) = -3$.

Exercice 14 – Encadrement d'un extremum

Soit $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$. Encadrer à 10^{-1} près la plus grande solution de $f(x) = 0$.

Exercice 15 – Étude d'une fonction rationnelle

Étudier les variations de $f(x) = \dfrac{x^2 + 1}{x - 1}$ sur $]1\,;+\infty[$ et déterminer son minimum.

Exercice 16 – Synthèse : étude et équation

Soit $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 5$.

a) Dresser le tableau de variations sur $\mathbb{R}$.

b) Déterminer le nombre de solutions de $f(x) = 0$.

c) Encadrer la plus petite solution à 10^{-1} près.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).