

Plaquette 4 - Lecture graphique, tableaux de signes et équations**Variations et extremums — Première spé maths**

Exercices

Méthode

On **lit** des variations sur un graphique, on déduit le **signe de la dérivée**, on exploite un tableau de variations pour **dénombrer les solutions** d'une équation et encadrer une racine.

Exercice 1 - Du signe de f' aux variations

Une fonction f est dérivable sur $[-4 ; 5]$ et $f(x) = (x + 2)(x - 3)$. Dresser le tableau de variations de f .

Exercice 2 - Nombre de solutions

Soit $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$. Dresser le tableau de variations sur $\mathbb{R}$ et déterminer le nombre de solutions de $f(x) = 2$.

Exercice 3 - Encadrement par balayage

Montrer que $x^3 + x - 5 = 0$ admet une unique solution réelle et l'encadrer à 10^{-2} près.

Exercice 4 - Tableau de signes d'un quotient

Résoudre $\frac{(x - 1)(x + 3)}{x - 2} \geq 0$.

Exercice 5 - Lecture d'un graphique de dérivée

La dérivée f' d'une fonction f est représentée par la parabole passant par $(-1 ; 0)$ et $(4 ; 0)$, de sommet vers le bas. Déterminer les variations de f et la nature de ses extremums.

Exercice 6 - Dichotomie

La fonction $f(x) = x^3 - 2x - 1$ admet une racine dans $[1 ; 2]$. Effectuer trois étapes de dichotomie.

Exercice 7 - Comparaison de deux fonctions

Comparer $f(x) = x^3$ et $g(x) = 3x - 2$ sur $\mathbb{R}$.

Exercice 8 - Fonction avec valeur interdite

Étudier les variations de $f(x) = x + \frac{4}{x}$ sur $]0 ; +\infty[$ et déterminer son minimum.

Exercice 9 - Paramètre et nombre de solutions

Soit $f(x) = x^3 - 3x$. Déterminer, selon k , le nombre de solutions de $f(x) = k$.

Exercice 10 - Signe d'une expression factorisée

Résoudre $x^3 - 4x \leq 0$.

Exercice 11 - Extremum et tangente

Soit $f(x) = x^3 + ax^2 + b$. Déterminer a et b pour que f ait un extremum local en $x = 2$ de valeur -3 .

Exercice 12 - Variations d'une somme

Soient f croissante et g croissante sur un intervalle I . Que peut-on dire de $f + g$, de $f - g$ et de fg ?

Exercice 13 - Résolution graphique

Soit $f(x) = x^4 - 4x^2$. Dresser le tableau de variations et déterminer le nombre de solutions de $f(x) = -3$.

Exercice 14 - Encadrement d'un extremum

Soit $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$. Encadrer à 10^{-1} près la plus grande solution de $f(x) = 0$.

Exercice 15 - Étude d'une fonction rationnelle

Étudier les variations de $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x - 1}$ sur $]1 ; +\infty[$ et déterminer son minimum.

Exercice 16 - Synthèse : étude et équation

Soit $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 5$.

- Dresser le tableau de variations sur $\mathbb{R}$.
- Déterminer le nombre de solutions de $f(x) = 0$.
- Encadrer la plus petite solution à 10^{-1} près.