

Plaquette 2 - Tableaux de variations, signe de la dérivée et extremums

Variations et extremums — Première spé maths

Exercices

Méthode

On dérive, on **factorise** la dérivée, on étudie son **signe**, puis on dresse le **tableau de variations** et on identifie les **extremums**.

Exercice 1 - Signe d'une dérivée affine

Étudier les variations de $f(x) = x^2 - 6x + 1$ sur $\mathbb{R}$ et donner son extremum.

Exercice 2 - Dérivée d'un polynôme de degré 3

Dresser le tableau de variations de $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 2$ sur $\mathbb{R}$.

Exercice 3 - Extremum sur un intervalle fermé

Déterminer le maximum et le minimum de $f(x) = x^3 - 3x$ sur $[-1 ; 3]$.

Exercice 4 - Dérivée d'un quotient

Étudier les variations de $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ sur $\mathbb{R}$.

Exercice 5 - Dérivée nulle sans extremum

Montrer que $f(x) = x^3 + 2x$ est strictement croissante, puis que $g(x) = x^3$ a une dérivée nulle en 0 sans y avoir d'extremum.

Exercice 6 - Optimisation d'un volume

Dans un carton carré de côté 20 cm, on découpe des carrés de côté x aux coins pour former une boîte. Déterminer x maximisant le volume.

Exercice 7 - Variations d'une fonction avec racine

Étudier les variations de $f(x) = x - 2\sqrt{x}$ sur $[0 ; +\infty[$.

Exercice 8 - Lecture d'un tableau de variations

Une fonction f dérivable sur $[-3 ; 4]$ vérifie : $f' < 0$ sur $] -3 ; -1[$, $f' > 0$ sur $] -1 ; 2[$, $f' < 0$ sur $]2 ; 4[$, avec $f(-3) = 5$, $f(-1) = -2$, $f(2) = 6$ et $f(4) = 1$. Déterminer les extremums et le nombre de solutions de $f(x) = 0$.

Exercice 9 - Fonction à paramètre

Soit $f(x) = x^3 + ax$. Pour quelles valeurs de a la fonction est-elle strictement croissante sur $\mathbb{R}$?

Exercice 10 - Aire maximale d'un rectangle

Un rectangle est inscrit sous la parabole $y = 9 - x^2$, avec sa base sur l'axe des abscisses et symétrique par rapport à l'axe des ordonnées. Déterminer ses dimensions pour une aire maximale.

Exercice 11 - Variations d'une fonction homographique

Étudier les variations de $f(x) = \frac{2x-3}{x+2}$ sur son domaine.

Exercice 12 - Coût moyen minimal

Le coût de production de q unités est $C(q) = q^2 + 4q + 100$. Déterminer la quantité minimisant le coût moyen $\frac{C(q)}{q}$.

Exercice 13 - Deux extremums à comparer

Soit $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 3$. Déterminer ses extremums locaux et dire s'ils sont globaux sur $[0; 3]$.

Exercice 14 - Distance minimale

Déterminer le point de la parabole $y = x^2$ le plus proche du point $A(0; 3)$.

Exercice 15 - Fonction définie par morceaux

Soit f définie par $f(x) = x^2$ pour $x \leq 1$ et $f(x) = 2x - 1$ pour $x > 1$. Étudier la continuité, la dérivabilité en 1, et les variations.

Exercice 16 - Synthèse : étude complète

Soit $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 1}$ sur $]1; +\infty[$.

- Calculer $f'(x)$.
- Dresser le tableau de variations.
- Déterminer le nombre de solutions de $f(x) = 5$.