Plaquette 2 – Tableaux de variations, signe de la dérivée et extremums

Variations et extremums — Première spé maths

Exercices

Méthode

On dérive, on **factorise** la dérivée, on étudie son **signe**, puis on dresse le **tableau de variations** et on identifie les **extremums**.

Exercice 1 – Signe d'une dérivée affine

Étudier les variations de $f(x) = x^2 - 6x + 1$ sur $\mathbb{R}$ et donner son extremum.

Exercice 2 – Dérivée d'un polynôme de degré 3

Dresser le tableau de variations de $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 2$ sur $\mathbb{R}$.

Exercice 3 – Extremum sur un intervalle fermé

Déterminer le maximum et le minimum de $f(x) = x^3 - 3x$ sur $[-1\,;3]$.

Exercice 4 – Dérivée d'un quotient

Étudier les variations de $f(x) = \dfrac{x}{x^2+1}$ sur $\mathbb{R}$.

Exercice 5 – Dérivée nulle sans extremum

Montrer que $f(x) = x^3 + 2x$ est strictement croissante, puis que $g(x) = x^3$ a une dérivée nulle en 0 sans y avoir d'extremum.

Exercice 6 – Optimisation d'un volume

Dans un carton carré de côté 20 cm, on découpe des carrés de côté x aux coins pour former une boîte. Déterminer x maximisant le volume.

Exercice 7 – Variations d'une fonction avec racine

Étudier les variations de $f(x) = x - 2\sqrt{x}$ sur $[0\,;+\infty[$.

Exercice 8 – Lecture d'un tableau de variations

Une fonction f dérivable sur $[-3\,;4]$ vérifie : $f' < 0$ sur $]-3\,;-1[$, $f' > 0$ sur $]-1\,;2[$, $f' < 0$ sur $]2\,;4[$, avec $f(-3) = 5$, $f(-1) = -2$, $f(2) = 6$ et $f(4) = 1$. Déterminer les extremums et le nombre de solutions de $f(x) = 0$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 9 – Fonction à paramètre

Soit $f(x) = x^3 + ax$. Pour quelles valeurs de a la fonction est-elle strictement croissante sur $\mathbb{R}$?

Exercice 10 – Aire maximale d'un rectangle

Un rectangle est inscrit sous la parabole $y = 9 - x^2$, avec sa base sur l'axe des abscisses et symétrique par rapport à l'axe des ordonnées. Déterminer ses dimensions pour une aire maximale.

Exercice 11 – Variations d'une fonction homographique

Étudier les variations de $f(x) = \dfrac{2x - 3}{x + 2}$ sur son domaine.

Exercice 12 – Coût moyen minimal

Le coût de production de q unités est $C(q) = q^2 + 4q + 100$. Déterminer la quantité minimisant le coût moyen $\dfrac{C(q)}{q}$.

Exercice 13 – Deux extremums à comparer

Soit $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 3$. Déterminer ses extremums locaux et dire s'ils sont globaux sur $[0\,;3]$.

Exercice 14 – Distance minimale

Déterminer le point de la parabole $y = x^2$ le plus proche du point $A(0\,;3)$.

Exercice 15 – Fonction définie par morceaux

Soit f définie par $f(x) = x^2$ pour $x \leq 1$ et $f(x) = 2x - 1$ pour $x > 1$.

a) Vérifier que la droite d'équation $y = 2x - 1$ est la tangente à la parabole $y = x^2$ au point d'abscisse 1.

b) Étudier les variations de f.

Exercice 16 – Synthèse : étude complète

Soit $f(x) = \dfrac{x^2 - 4}{x - 1}$ sur $]1\,;+\infty[$.

a) Calculer $f'(x)$.

b) Dresser le tableau de variations.

c) Déterminer le nombre de solutions de $f(x) = 5$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).