

Plaquette 5 – Graphiques, tableaux et probabilités

Automatismes — Première STI2D

Corrections détaillées

Boîte à outils

Lire une courbe.

Ce qu'on cherche	Comment
l'image de a	lire à la verticale de a
les antécédents de k	lire à l'horizontale de k
un maximum	le point le plus haut
le signe de f	position par rapport à l'axe des abscisses

Coefficient directeur entre deux points.

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Fonction affine passant par deux points. On calcule a , puis b en substituant un point.

Tableau à double entrée. Les totaux de lignes et de colonnes se contrôlent l'un l'autre.

Probabilités.

Situation	Formule
équiprobabilité	$P(A) = \frac{\text{cas favorables}}{\text{cas possibles}}$
contraire	$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
réunion	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
répétitions indépendantes	on multiplie le long d'un chemin

« **Au moins un** ». Toujours par le contraire :

$$P(\text{au moins un}) = 1 - P(\text{aucun})$$

Fréquence et probabilité. Une fréquence observée estime une probabilité, d'autant mieux que l'effectif est grand.

⚠ Sur un graphique, lire l'**unité** des axes avant toute conclusion chiffrée.

Correction de l'exercice 1 - Lire une fonction affine

a) Le coefficient directeur est le quotient de la variation de y par celle de x :

$$a = \frac{27 - 12}{5 - 0} = \frac{15}{5} = 3$$

b) La droite coupe l'axe des ordonnées en 12, donc $b = 12$ et $y = 3x + 12$. **Contrôle** : en $x = 5$, $15 + 12 = 27$.

c) $3x + 12 = 45 \Leftrightarrow 3x = 33 \Leftrightarrow x = 11$.

La pente se lit ainsi : y augmente de 3 chaque fois que x augmente de 1 (de 36 en $x = 8$ à 42 en $x = 10$).

Réponse. a) $a = 3$ · b) $y = 3x + 12$ · c) $x = 11$.

Correction de l'exercice 2 - Lire un maximum

a) On remplace x dans l'expression : $f(0) = 5$, $f(3) = -18 + 36 + 5 = 23$ et $f(5) = -50 + 60 + 5 = 15$.

b) On calcule des valeurs intermédiaires : $f(2) = -8 + 24 + 5 = 21$ et $f(4) = -32 + 48 + 5 = 21$. Les images de 2 et 4 sont égales : la parabole est symétrique par rapport à la droite $x = 3$, milieu de 2 et 4.

$$f(2) = f(4) = 21 < f(3) = 23$$

Comme $a = -2 < 0$, la parabole est tournée vers le bas : le maximum vaut 23, atteint en $x = 3$. **Contrôle** : $f(1) = f(5) = 15$.

Réponse. a) 5 ; 23 ; 15 · b) maximum 23 en $x = 3$.

Correction de l'exercice 3 - Un tableau croisé

a) On complète par sommes : ligne A, $84 + 36 = 120$; ligne B, $102 + 78 = 180$; conformes, $84 + 102 = 186$; non conformes, $36 + 78 = 114$. **Contrôle** : $120 + 180 = 186 + 114 = 300$.

b) Toutes les pièces ont la même chance d'être prises :

$$P(\text{conforme}) = \frac{186}{300} = 0,62$$

Le tableau permet aussi de comparer les lignes : A a un taux de conformité de $\frac{84}{120} = 0,7$, B de $\frac{102}{180} \approx 0,567$. C'est la ligne B qu'il faut auditer.

Réponse. a) 120, 180, 186, 114 · b) 0,62.

Correction de l'exercice 4 - Probabilités élémentaires

Le dé est équilibré : les six faces ont la même probabilité, et la probabilité d'un événement vaut le nombre de cas favorables divisé par 6.

a) Une seule face convient : $\frac{1}{6} \approx 0,167$.

b) Faces paires : 2, 4, 6, soit $\frac{3}{6} = 0,5$.

c) Supérieur à 4 : 5 et 6, soit $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

d) « Ne pas obtenir 6 » est l'événement contraire de « obtenir 6 » :

$$P = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

Contrôle : 5 faces sur 6. Obtenir 7 est impossible (probabilité 0), obtenir moins de 10 est certain (probabilité 1).

Réponse. a) $\frac{1}{6}$ · b) 0,5 · c) $\frac{1}{3}$ · d) $\frac{5}{6}$.

Correction de l'exercice 5 - Deux essais indépendants

a) Les essais sont indépendants : la probabilité de tout réussir est le produit des probabilités, $0,9^3 = 0,729$.

b) « Au moins un échec » est le contraire de « tout réussir » :

$$P = 1 - 0,729 = 0,271$$

Additionner $3 \times 0,1 = 0,3$ serait faux : les cas avec plusieurs échecs seraient comptés plusieurs fois.

c) Sur cinq essais, $0,9^5 \approx 0,5905$: plus il y a d'essais, plus le risque d'un échec augmente (sur dix essais, $0,9^{10} \approx 0,349$ seulement de tout réussir).

Réponse. a) $0,729$ · b) $0,271$ · c) $\approx 0,5905$.

Correction de l'exercice 6 - Fréquence et probabilité

a) La fréquence de défauts est le nombre de défauts divisé par l'effectif : $\frac{37}{500} = 0,074$, soit 7,4 %.

b) En appliquant cette fréquence à 2 000 pièces :

$$0,074 \times 2\,000 = 148 \text{ défauts}$$

c) Cette estimation n'est **pas certaine** : le nombre de défauts fluctue d'un lot à l'autre, et un autre lot de 2 000 pièces en contiendrait un peu plus ou un peu moins. La fréquence observée sur 500 pièces n'est elle-même qu'une estimation de la probabilité de défaut. Plus l'échantillon contrôlé est grand, plus cette fréquence est stable : contrôler 50 pièces seulement donnerait une estimation beaucoup moins fiable.

Réponse. a) 7,4 % · b) environ 148 défauts · c) non : c'est une estimation, qui fluctue d'un lot à l'autre.

Correction de l'exercice 7 - Lire un relevé

a) Entre 8 h et 12 h, la température passe de 12 °C à 21 °C : variation de +9 °C.

b) La vitesse moyenne de réchauffement est la variation divisée par la durée :

$$\frac{21 - 12}{12 - 8} = \frac{9}{4} = 2,25 \text{ °C par heure}$$

c) Entre 14 h et 16 h, la température passe de 22 °C à 19 °C : elle baisse **après 14 h**. Les variations successives (+5 ; +4 ; +1 ; -3) montrent que la hausse ralentit puis s'inverse ; le maximum relevé est 22 °C, à 14 h.

Réponse. a) +9 °C · b) 2,25 °C/h · c) après 14 h.

Correction de l'exercice 8 - Un lot à contrôler

a) Les prélèvements sont indépendants : la probabilité que les 10 pièces soient conformes est

$$0,95^{10} \approx 0,5987$$

soit environ 60 %.

b) « Au moins une défectueuse » est le contraire de a) : $1 - 0,5987 \approx 0,4013$. Calculer $10 \times 0,05 = 0,5$ serait faux.

c) Sur 20 pièces, $0,95^{20} \approx 0,3585$, donc au moins une défectueuse avec une probabilité d'environ 0,6415 : plus on prélève, plus on a de chances d'en trouver une. Il faudrait 59 pièces pour avoir 95 % de chances d'en trouver au moins une ($0,95^{59} \approx 0,048$).

Réponse. a) $\approx 0,5987$ · b) $\approx 0,4013$ · c) $\approx 0,6415$.

Correction de l'exercice 9 - Deux événements

a) Pour « électrique ou mécanique », on additionne les probabilités et l'on retire une fois celles des machines qui ont les deux défauts, comptées deux fois :

$$P(E \cup M) = 0,3 + 0,25 - 0,1 = 0,45$$

b) « Aucun défaut » est le contraire de « au moins un » : $1 - 0,45 = 0,55$.

c) Défaut mécanique seul : $0,25 - 0,1 = 0,15$.

Contrôle : électrique seul (0,2), mécanique seul (0,15), les deux (0,1) et aucun (0,55) font bien 1. Oublier de retrancher l'intersection donnerait 0,55 en a).

Réponse. a) $0,45$ · b) $0,55$ · c) $0,15$.

Correction de l'exercice 10 - Lire un signe

a) Les points d'abscisses 2 et 7, où la courbe coupe l'axe, délimitent trois intervalles. On teste un point dans chacun : en $x = 0$, $f(0) = -6 < 0$; en $x = 4$, $f(4) = 3 > 0$; au-delà de 7, la courbe repasse sous l'axe.

x	$-\infty$	2	7	$+\infty$
$f(x)$	–	$0 + 0$		–

b) L'équation $f(x) = 0$ a **deux solutions**, $x = 2$ et $x = 7$.

$$f(x) > 0 \Leftrightarrow 2 < x < 7$$

L'allure est celle d'une parabole tournée vers le bas. Une forme $a(x - 2)(x - 7)$ passant par $(0; -6)$ donnerait $a = -\frac{6}{14} \approx -0,43$, et $f(4) \approx 2,57$ au lieu de 3 : ce modèle n'est qu'approché.

Réponse. a) négatif, positif sur $]2; 7[$, négatif · b) deux solutions.

Correction de l'exercice 11 - Repérer une erreur

L'axe est gradué en **milliers** d'euros : la valeur lue, 45, représente 45 milliers d'euros, soit

$$45 \times 1\,000 = 45\,000 \text{ €}$$

L'élève s'est trompé d'un facteur 1 000 en ignorant la légende ; un chiffre d'affaires de 45 € est absurde pour une entreprise. Méthode de lecture : lire d'abord les titres et les unités des axes, repérer l'origine et le pas des graduations, puis seulement lire la valeur, et contrôler enfin son ordre de grandeur. Méfiance aussi envers les axes qui ne partent pas de zéro, qui exagèrent les écarts.

Réponse. C'est 45 **milliers** d'euros, soit 45 000 € : il faut toujours lire l'unité de l'axe.

Correction de l'exercice 12 - Une urne

a) 6 pièces sur 20 sont défectueuses : $\frac{6}{20} = 0,3$.

b) Sans remise, la composition de la boîte change après le premier tirage : il reste 19 pièces, dont 5 défectueuses.

$$P = \frac{6}{20} \times \frac{5}{19} = 0,3 \times \frac{5}{19} \approx 0,0789$$

c) Avec remise, les deux tirages sont identiques et indépendants : $0,3 \times 0,3 = 0,09$.

Sans remise, la probabilité est plus faible, car il reste moins de pièces défectueuses pour le second tirage. Il faut toujours préciser s'il y a remise.

Réponse. a) $0,3$ · b) $\approx 0,0789$ · c) $0,09$.

Correction de l'exercice 13 - Deux dés

- a) Chaque dé a 6 issues, donc le lancer des deux dés en a $6 \times 6 = 36$, équiprobables. Les **sommes**, elles, ne sont pas équiprobables.
 b) La somme 7 s'obtient avec (1 ; 6), (2 ; 5), (3 ; 4), (4 ; 3), (5 ; 2) et (6 ; 1) : 6 issues sur 36.

$$P(S = 7) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

C'est la somme la plus probable.

- c) Au moins 10 : la somme 10 s'obtient de 3 façons, 11 de 2 façons, 12 d'une seule : 6 issues, soit $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$. Par symétrie autour de 7, c'est aussi la probabilité d'obtenir au plus 4.

Réponse. a) 36 · b) $\frac{1}{6}$ · c) $\frac{1}{6}$.

Correction de l'exercice 14 - Estimer une pente sur un relevé

- a) On suppose l'évolution affine : la pente est la variation de la valeur divisée par la durée,

$$a = \frac{17 - 12}{8 - 3} = \frac{5}{5} = 1$$

soit une unité par seconde.

- b) Le point (3 ; 12) est sur la droite : $12 = 3 + b$, donc $b = 9$ et $y = t + 9$. **Contrôle** : en $t = 8$, 17.
 c) En $t = 0$, la valeur initiale vaut 9. En $t = 15$ s, le modèle donne 24 ; c'est une **extrapolation** de 7 secondes au-delà du dernier relevé, alors que les mesures ne couvrent que 5 secondes : il faut l'annoncer avec réserve.

Réponse. a) $a = 1$ · b) $y = t + 9$ · c) 9 et 24.

Correction de l'exercice 15 - Un contrôle en deux étapes

- a) Les contrôles sont indépendants : on multiplie les probabilités de réussite,

$$0,96 \times 0,92 = 0,8832$$

- b) « Échouer à au moins un » est le contraire de « passer les deux » :
 $1 - 0,8832 = 0,1168$.

- c) Les probabilités d'échec valent 0,04 et 0,08 : échouer aux deux arrive avec une probabilité $0,04 \times 0,08 = 0,0032$, très faible.

Contrôle : échec au premier seulement ($0,04 \times 0,92 = 0,0368$), au second seulement ($0,96 \times 0,08 = 0,0768$), aux deux (0,0032) : la somme vaut bien 0,1168. Sur 5 000 pièces, on attend environ 584 rebuts.

Réponse. a) 0,8832 · b) 0,1168 · c) 0,0032.

Correction de l'exercice 16 - Synthèse : un relevé de production

- a) Le taux de défauts est le nombre de défauts divisé par le nombre de pièces :
 $\frac{42}{840} = 5\%$, puis environ 4,5 %, 4,0 %, 4,0 % et

$$\frac{30}{987} \approx 3,0\%$$

- b) Le taux de défauts **baisse** (de 5 % à environ 3 %) pendant que la production **augmente** (de 840 à 987 pièces, environ +17,5 %) : l'atelier produit plus et mieux. Sur

les cinq semaines, 186 défauts pour 4 560 pièces, soit environ 4,1 %.

c) En prenant la fréquence de la semaine 5 comme probabilité : $1 - \frac{30}{987} \approx 0,9696$, soit environ 97 % de chances qu'une pièce soit conforme.

Réponse. a) 5 % ; 4,5 % ; 4,0 % ; 4,0 % ; 3,0 % · b) le taux baisse pendant que la production monte · c) $\approx 0,9696$.