

Plaquette 2 – Puissances, unités et ordres de grandeur

Automatismes — Première STI2D

Corrections détaillées

Boîte à outils

Notation scientifique. Un nombre s'écrit $a \times 10^n$ avec $1 \leq a < 10$.

$$3\,500\,000 = 3,5 \times 10^6 \quad 0,00042 = 4,2 \times 10^{-4}$$

Règles de calcul.

$$10^a \times 10^b = 10^{a+b} \quad \frac{10^a}{10^b} = 10^{a-b} \quad (10^a)^b = 10^{ab}$$

Les préfixes.

Préfixe	Symbole	Facteur
nano	n	10^{-9}
micro	μ	10^{-6}
milli	m	10^{-3}
kilo	k	10^3
méga	M	10^6
giga	G	10^9

Conversions composées.

Passage	Opération
m/s vers km/h	$\times 3,6$
km/h vers m/s	$\div 3,6$
W pendant t h vers Wh	$\times t$
Wh vers kWh	$\div 1000$

Aires et volumes. Un facteur k sur les longueurs donne k^2 sur les aires et k^3 sur les volumes.

$$1 \text{ m}^2 = 10^4 \text{ cm}^2 \quad 1 \text{ m}^3 = 10^6 \text{ cm}^3$$

Erreur relative.

$$\frac{|\text{mesure} - \text{référence}|}{\text{référence}}$$

⚠ Contrôler systématiquement l'**ordre de grandeur** : un résultat mille fois trop grand signale une erreur de préfixe.

Correction de l'exercice 1 - Notation scientifique

En notation scientifique, on écrit un nombre sous la forme $a \times 10^n$, avec $1 \leq a < 10$: on place la virgule après le premier chiffre non nul, et l'exposant compte les rangs dont on l'a déplacée (positif vers la gauche, négatif vers la droite).

- a) $3\,500\,000 = 3,5 \times 10^6$ (six rangs vers la gauche).
 b) $0,00042 = 4,2 \times 10^{-4}$ (quatre rangs vers la droite).
 c) $0,0000000075 = 7,5 \times 10^{-9}$, soit 7,5 nanomètres pour une longueur.
 d) $86\,400 = 8,64 \times 10^4$, le nombre de secondes dans un jour ($24 \times 3\,600$).

$$1 \leq a < 10$$

Écrire 35×10^5 serait incorrect : 35 n'est pas compris entre 1 et 10.

Réponse. a) $3,5 \times 10^6$ · b) $4,2 \times 10^{-4}$ · c) $7,5 \times 10^{-9}$ · d) $8,64 \times 10^4$.

Correction de l'exercice 2 - Préfixes et conversions

Chaque préfixe correspond à une puissance de 10 : milli = 10^{-3} , kilo = 10^3 , méga = 10^6 , nano = 10^{-9} .

- a) $2,5 \text{ mA} = 2,5 \times 10^{-3} \text{ A} = 0,0025 \text{ A}$.
 b) $0,45 \text{ MW} = 0,45 \times 10^6 \text{ W} = 450\,000 \text{ W}$.
 c) Du kilo au méga, on divise par 1 000 : $3\,200 \text{ kJ} = 3,2 \text{ MJ}$.
 d) $750 \text{ nm} = 750 \times 10^{-9} \text{ m} = 7,5 \times 10^{-7} \text{ m}$, la longueur d'onde du rouge visible.

$$750 \times 10^{-9} = 7,5 \times 10^2 \times 10^{-9} = 7,5 \times 10^{-7}$$

Passer à une unité plus grande diminue le nombre, passer à une unité plus petite l'augmente.

Réponse. a) $0,0025 \text{ A}$ · b) $450\,000 \text{ W}$ · c) $3,2 \text{ MJ}$ · d) $7,5 \times 10^{-7} \text{ m}$.

Correction de l'exercice 3 - Calculs avec des puissances

On traite séparément les nombres devant et les puissances de 10.

- a) $2 \times 3 = 6$ et $10^5 \times 10^{-8} = 10^{-3}$: le produit vaut $6 \times 10^{-3} = 0,006$.
 b) $\frac{6}{4} = 1,5$ et $\frac{10^{12}}{10^5} = 10^7$: le quotient vaut $1,5 \times 10^7$.
 c) On élève chaque facteur au cube :

$$(2 \times 10^3)^3 = 2^3 \times 10^9 = 8 \times 10^9$$

Oublier de cuber le 2 donnerait 2×10^9 , et additionner les nombres devant au lieu de les multiplier fausserait a).

Réponse. a) 6×10^{-3} · b) $1,5 \times 10^7$ · c) 8×10^9 .

Correction de l'exercice 4 - Vitesses et conversions

Une heure compte 3 600 secondes et un kilomètre 1 000 mètres : $1 \text{ km/h} = \frac{1\,000}{3\,600} \text{ m/s}$
 $= \frac{1}{3,6} \text{ m/s}$. Pour passer des km/h aux m/s, on divise par 3,6 ; dans l'autre sens, on multiplie.

- a) $\frac{90}{3,6} = 25 \text{ m/s}$.
 b) $25 \times 3,6 = 90 \text{ km/h}$, la conversion inverse de a).
 c) $\frac{1\,500}{3,6} \approx 416,7 \text{ m/s}$, de l'ordre de la vitesse du son.

$$36 \text{ km/h} = 10 \text{ m/s} \quad 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$$

Contrôle : 90 km/h est entre 72 et 108 km/h, donc entre 20 et 30 m/s.

Réponse. a) 25 m/s · b) 90 km/h · c) $\approx 416,7$ m/s.

Correction de l'exercice 5 - Énergie et puissance

a) L'énergie est la puissance multipliée par la durée :

$$E = P \times t = 2\,200 \times 3 = 6\,600 \text{ Wh} = 6,6 \text{ kWh}$$

b) Le tarif est donné par kilowattheure : $6,6 \times 0,174 \approx 1,15$ €.

Oublier la conversion en kWh donnerait $6\,600 \times 0,174 \approx 1\,148$ €, mille fois trop. Sur 30 jours, cet appareil consommerait 198 kWh, pour environ 34,45 €.

Réponse. a) 6600 Wh, soit 6,6 kWh · b) $\approx 1,15$ €.

Correction de l'exercice 6 - Loi d'Ohm en pratique

On isole la grandeur cherchée dans $U = R \times I$, après avoir converti les intensités en ampères.

a) $R = \frac{U}{I} = \frac{230}{46} = 5 \, \Omega$.

b) 15 mA = 0,015 A, donc $U = 470 \times 0,015 = 7,05$ V. Sans conversion, on trouverait 7 050 V, absurde.

c) 250 mA = 0,25 A, donc

$$R = \frac{12}{0,25} = 48 \, \Omega$$

Contrôle : $48 \times 0,25 = 12$ V. La puissance dissipée en c) vaut $12 \times 0,25 = 3$ W ; en a), $230 \times 46 = 10\,580$ W, celle d'un chauffe-eau.

Réponse. a) 5 Ω · b) 7,05 V · c) 48 Ω .

Correction de l'exercice 7 - Aires et volumes

Le facteur de conversion se met au carré pour les aires et au cube pour les volumes.

a) 1 m = 100 cm, donc $1 \text{ m}^2 = 100^2 = 10\,000 \text{ cm}^2$, et $2,5 \text{ m}^2 = 25\,000 \text{ cm}^2$.

b) $1 \text{ m}^3 = 100^3 = 10^6 \text{ cm}^3$, donc $0,45 \text{ m}^3 = 450\,000 \text{ cm}^3$.

c) 1 L = 1 dm³ et $1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ dm}^3$, donc

$$3,2 \text{ L} = \frac{3,2}{1\,000} \text{ m}^3 = 3,2 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

Appliquer le facteur des longueurs aux aires donnerait 250 cm² en a), cent fois trop peu.

Réponse. a) 25 000 cm² · b) 450 000 cm³ · c) 0,0032 m³.

Correction de l'exercice 8 - Ordres de grandeur

Un ordre de grandeur est la puissance de 10 la plus proche d'une valeur typique.

a) Une voiture pèse environ 1 200 kg : l'ordre de grandeur est 10³ kg, une tonne.

b) Une feuille de papier fait environ 0,1 mm : 10⁻⁴ m. **Contrôle :** une rame de 500 feuilles fait 5 cm, et $\frac{0,05}{500} = 10^{-4}$ m.

c) Une centrale nucléaire fournit environ 1 000 MW :

$$10^9 \text{ W} = 1 \text{ GW}$$

C'est environ 500 000 fois la puissance d'un appareil de 2 kW. Les ordres de grandeur

servent à repérer un résultat absurde, comme une voiture de 10^6 kg.

Réponse. a) 10^3 kg · b) 10^{-4} m · c) 10^9 W.

Correction de l'exercice 9 - Chiffres significatifs

- a) Dans 0,00320, les zéros de tête ne comptent pas, mais le zéro final compte : il indique la précision. Il y a 3 **chiffres significatifs** (3, 2, 0), et l'on écrit $3,20 \times 10^{-3}$.
 b) Pour 1 500, les zéros finaux sont ambigus : en lecture stricte, 2 chiffres significatifs. La notation scientifique lève l'ambiguïté : $1,5 \times 10^3$ (2 chiffres) ou $1,500 \times 10^3$ (4 chiffres).
 c) Le quatrième chiffre de 47,368 est 6, supérieur ou égal à 5 : on arrondit au-dessus.

$$47,368 \approx 47,4$$

Un résultat n'a pas plus de chiffres significatifs que la donnée la moins précise :
 $2,1 \times 3,456 \approx 7,3$.

Réponse. a) 3 · b) 2 (ambigu, d'où la notation scientifique) · c) 47,4.

Correction de l'exercice 10 - Erreur relative

L'erreur relative est l'écart divisé par la valeur de référence ; elle n'a pas d'unité, ce qui permet de comparer des précisions.

- a) $\frac{|9,80 - 9,81|}{9,81} = \frac{0,01}{9,81} \approx 0,00102$, soit environ 0,102 % : une excellente précision.
 b) $\frac{0,02}{4,7} \approx 0,0043$, soit environ 0,43 % :

$$4,68 \text{ k}\Omega \leq R \leq 4,72 \text{ k}\Omega$$

C'est une résistance de précision : les résistances courantes ont une tolérance de $\pm 5\%$, soit ici $\pm 0,235 \text{ k}\Omega$.

Réponse. a) $\approx 0,102\%$ · b) $\approx 0,43\%$.

Correction de l'exercice 11 - Débits et durées

- a) Le débit est le volume divisé par la durée : $\frac{1\,800}{45} = 40 \text{ L/min}$.
 b) En une heure : $40 \times 60 = 2\,400 \text{ L}$, soit $2,4 \text{ m}^3/\text{h}$.
 c) La durée est le volume divisé par le débit :

$$t = \frac{45}{2,4} = 18,75 \text{ h}$$

soit 18 h 45 min ($0,75 \times 60 = 45$). **Contrôle** en litres : $\frac{45\,000}{40} = 1\,125 \text{ min}$, et
 $\frac{1\,125}{60} = 18,75 \text{ h}$. Pour remplir la cuve en 8 h, il faudrait $5,625 \text{ m}^3/\text{h}$.

Réponse. a) 40 L/min · b) $2,4 \text{ m}^3/\text{h}$ · c) 18,75 h, soit 18 h 45 min.

Correction de l'exercice 12 - Rendement

- a) Le rendement est la puissance restituée divisée par la puissance absorbée :

$$\eta = \frac{1\,800}{2\,400} = 0,75 = 75\%$$

- b) La puissance perdue vaut $2\,400 - 1\,800 = 600 \text{ W}$, soit 25 %, dissipés surtout en chaleur.
 c) $0,85 \times 3\,200 = 2\,720 \text{ W}$ restitués, et 480 W perdus.

Le second moteur est meilleur. Pour restituer 1 800 W avec un rendement de 85 %, il absorberait $\frac{1\,800}{0,85} \approx 2\,118$ W, soit environ 282 W de moins que le premier.

Réponse. a) 75 % · b) 600 W · c) 2720 W.

Correction de l'exercice 13 - Fréquence et période

La période est l'inverse de la fréquence, $T = \frac{1}{f}$, avec T en secondes et f en hertz.

a) $T = \frac{1}{50} = 0,02$ s = 20 ms (le réseau électrique).

b) 2,5 ms = 0,0025 s, donc $f = \frac{1}{0,0025} = 400$ Hz.

c) $T = \frac{1}{400} = 0,0025$ s = 2,5 ms, la réciproque de b).

$$1 \text{ ms} \leftrightarrow 1\,000 \text{ Hz}$$

Oublier de convertir les ms en s donnerait $\frac{1}{2,5} = 0,4$ Hz en b), absurde. Une période courte correspond à une fréquence élevée.

Réponse. a) 0,02 s · b) 400 Hz · c) 2,5 ms.

Correction de l'exercice 14 - Repérer une erreur

Pour obtenir des wattheures, la durée doit être en **heures**. Or $40 \text{ min} = \frac{40}{60} \text{ h} = \frac{2}{3} \text{ h}$, donc

$$E = 1\,500 \times \frac{2}{3} = 1\,000 \text{ Wh} = 1 \text{ kWh}$$

L'élève a trouvé 60 000 Wh, soit 60 kWh : soixante fois trop. Ce serait la consommation de cet appareil pendant 40 heures, pas 40 minutes. Une formule impose ses unités : écrire l'unité à côté de chaque nombre évite ce genre d'erreur.

Réponse. $40 \text{ min} = \frac{2}{3} \text{ h}$, donc l'énergie vaut 1 kWh, pas 60 kWh.

Correction de l'exercice 15 - Encadrer une mesure

a) La tolérance vaut 0,3 % de 45 mm : $0,003 \times 45 = 0,135$ mm, soit 135 µm.

b) On l'ajoute et on la retranche à la cote nominale :

$$44,865 \text{ mm} \leq l \leq 45,135 \text{ mm}$$

c) $45,2 > 45,135$: la pièce est **non conforme**, elle dépasse de 0,065 mm. Son écart à la cote, 0,2 mm, représente environ 0,44 %, plus que les 0,3 % autorisés. On rebute la pièce.

Réponse. a) 0,135 mm · b) $44,865 \leq l \leq 45,135$ · c) non conforme.

Correction de l'exercice 16 - Synthèse : un bilan énergétique

a) La puissance utile vaut $0,92 \times 15 = 13,8$ kW ; 1,2 kW sont perdus.

b) Par jour, l'installation absorbe $15 \times 6 = 90$ kWh, dont $13,8 \times 6 = 82,8$ kWh utiles et 7,2 kWh perdus.

c) Sur 250 jours, elle absorbe $90 \times 250 = 22\,500$ kWh, pour un coût de

$$22\,500 \times 0,174 = 3\,915 \text{ €}$$

Les pertes représentent 1 800 kWh par an, soit 313,20 € (8 % du coût). Avec un rendement de 96 %, on n'en perdrait que 900 kWh, d'où une économie d'environ 156,60 €

par an.

Réponse. a) 13,8 kW · b) 90 kWh · c) 3915 €.