

Plaquette 1 - Nombre dérivé, tangente et variations

Dérivation — Première STI2D

Exercices

Méthode

On calcule un taux de variation, un nombre dérivé, une équation de tangente, puis on dérive des polynômes de degré au plus 3 pour en étudier les variations. Les applications sont techniques : vitesse, puissance, optimisation d'un volume.

Exercice 1 - Taux de variation

Soit $f(x) = x^2 + 1$. Calculer le taux de variation de f entre 1 et 3, puis entre 1 et 1,1.

Exercice 2 - Dériver un polynôme

Calculer la dérivée de chaque fonction.

a) $f(x) = 3x^2 - 5x + 7$

b) $g(x) = x^3 - 4x$

c) $h(x) = -2x^3 + 6x^2 - 1$

Exercice 3 - Nombre dérivé

Soit $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$. Calculer $f'(0)$, $f'(1)$ et $f'(2)$.

Exercice 4 - Équation de tangente

Soit $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse 2.

Exercice 5 - Tangente horizontale

Soit $f(x) = x^2 - 10x + 21$. Déterminer le point où la tangente est horizontale, et interpréter.

Exercice 6 - Variations d'un polynôme de degré 2

Soit $f(x) = -x^2 + 8x - 7$. Étudier le signe de f' et dresser le tableau de variations.

Exercice 7 - Variations d'un polynôme de degré 3

Soit $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$. Étudier ses variations sur $\mathbb{R}$ et donner ses extremums locaux.

Exercice 8 - Position et vitesse

Un chariot se déplace sur un rail. Sa position (en mètres) à l'instant t (en secondes) est $d(t) = 0,5t^2 + 2t$, pour $0 \leq t \leq 10$.

a) Calculer la vitesse à l'instant t .

- b) Quelle est la vitesse à $t = 4$ s ?
- c) À quel instant la vitesse atteint-elle 9 m/s ?

Exercice 9 - Deux tangentes parallèles

Soit $f(x) = x^3 - 6x$. Déterminer les abscisses des points où la tangente a pour coefficient directeur 6.

Exercice 10 - Problème : volume d'une boîte

Dans une plaque carrée de 18 cm de côté, on découpe aux quatre coins des carrés de côté x (en cm), puis on relève les bords pour former une boîte sans couvercle.

- a) Exprimer le volume $V(x)$ et l'intervalle d'étude.
- b) Déterminer x pour que le volume soit maximal, et calculer ce volume.

Exercice 11 - Approximation par la tangente

Soit $f(x) = x^3$.

- a) Déterminer la tangente au point d'abscisse 1.
- b) En déduire une valeur approchée de $1,02^3$ et la comparer à la valeur exacte.

Exercice 12 - Problème : puissance maximale

La puissance utile d'un générateur vaut $P(I) = 12I - 2I^2$ (en watts), où I est l'intensité en ampères, avec $0 \leq I \leq 6$.

- a) Calculer $P'(I)$ et étudier son signe.
- b) Pour quelle intensité la puissance est-elle maximale ? Que vaut-elle ?

Exercice 13 - Retrouver une fonction

Soit $f(x) = ax^2 + bx$. La tangente à sa courbe au point d'abscisse 1 a pour équation $y = 4x - 1$. Déterminer a et b .

Exercice 14 - Nombre de solutions d'une équation

Soit $f(x) = x^3 - 3x + 1$.

- a) Dresser le tableau de variations de f .
- b) En déduire le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$.

Exercice 15 - Synthèse : étude complète

Soit $f(x) = -x^3 + 12x + 5$ sur $[-4; 4]$.

- a) Étudier les variations de f .
- b) Donner le maximum de f sur $[-4; 4]$.
- c) Déterminer l'équation de la tangente au point d'abscisse 0.