

Plaquette 2 - Taux de variation et nombre dérivé

Dérivation — Première STI2D

Exercices

Méthode

Le taux de variation, c'est une **pente moyenne** ; le nombre dérivé, une **pente instantanée** . En physique, l'un donne la vitesse moyenne, l'autre la vitesse à un instant.

Exercice 1 - Taux de variation

Soit $f(x) = x^2$.

- Calculer le taux de variation entre 3 et 7.
- Puis entre 4 et 8.
- Que traduisent ces nombres ?

Exercice 2 - Du taux au nombre dérivé

Soit $f(x) = x^2$ et $a = 3$.

- Développer $f(3 + h)$.
- Simplifier le taux entre 3 et $3 + h$.
- En déduire $f'(3)$.

Exercice 3 - Lire un nombre dérivé

La tangente à une courbe au point d'abscisse 1 passe par (1 ; 7) et (5 ; 19).

- Déterminer $f'(1)$ et $f(1)$.
- Donner l'équation de la tangente.

Exercice 4 - Signe du nombre dérivé

Sur une courbe, la tangente est montante en $x = -2$, horizontale en $x = 1$ et descendante en $x = 4$.

Donner le signe de f' en ces points et décrire les variations.

Exercice 5 - Vitesse moyenne et instantanée

Un mobile a pour position $d(t) = 5t^2$, en mètres, t en secondes.

- Calculer la vitesse moyenne entre 2 et 3 s.
- Calculer la vitesse instantanée à 2 s et à 3 s.
- Comparer.

Exercice 6 - Approximation par la tangente

Soit $f(x) = x^2$.

- a) Donner l'équation de la tangente au point d'abscisse 3.
- b) Estimer $3,01^2$.
- c) Comparer à la valeur exacte.

Exercice 7 - Taux d'une fonction affine

Soit $f(x) = 7x - 4$.

- a) Calculer le taux de variation entre a et $a + h$.
- b) En déduire $f'(a)$.
- c) Que dire de la tangente ?

Exercice 8 - Le cas du cube

Soit $f(x) = x^3$.

- a) Calculer le taux de variation entre 1 et 2.
- b) Calculer $f'(1)$.
- c) Comparer.

Exercice 9 - Un débit moyen

Le volume écoulé vaut $V(t) = 50t^2$, en litres, t en minutes.

- a) Calculer le débit moyen entre 2 et 6 min.
- b) Calculer le débit instantané à 4 min.
- c) Commenter.

Exercice 10 - Remonter à la fonction

La tangente à C_f au point d'abscisse 4 a pour équation $y = -2x + 15$.

- a) Déterminer $f(4)$ et $f'(4)$.
- b) f croît-elle ou décroît-elle en $x = 4$?

Exercice 11 - Repérer une erreur

Un élève écrit : « la tangente en $x = 2$ a pour équation $y = 5x + 1$, donc $f(2) = 1$ ». Corriger.

Exercice 12 - Comparer deux taux

Soit $f(x) = 2x^2$.

- a) Calculer le taux entre 2 et 4.
- b) Puis entre 4 et 6.
- c) Que peut-on en déduire ?

Exercice 13 - Encadrer un nombre dérivé

Le taux de variation de f entre 3 et 5 vaut 8, et f est croissante avec une pente qui augmente.

- a) Que peut-on dire de $f'(3)$ et $f'(5)$?
- b) Et de $f'(4)$?

Exercice 14 - Deux tangentes

Soit $f(x) = x^2 - 6x + 11$.

- a) Donner la tangente au point d'abscisse 1.
- b) Donner la tangente au point d'abscisse 5.
- c) Que remarque-t-on ?

Exercice 15 - Une mesure de vitesse

Un chariot a pour position $d(t) = t^3$, en mètres.

- a) Calculer la vitesse moyenne entre 1 et 3 s.
- b) Calculer la vitesse instantanée à 2 s.
- c) Comparer et expliquer.

Exercice 16 - Synthèse : lecture complète

Soit $f(x) = 4x^2 - 12x + 5$.

- a) Calculer $f(2)$, $f(3)$ et $f(4)$.
- b) Calculer le taux entre 2 et 4.
- c) Calculer $f'(2)$, $f'(3)$ et $f'(4)$, et conclure.