

Plaquette 4 - Variations et extremums

Dérivation — Première STI2D

Exercices

Méthode

La dérivée sert d'abord à dresser un **tableau de variations** : on la calcule, on la factorise, on lit son signe, et l'on en déduit les extremums.

Exercice 1 - Du signe aux variations

On sait que $f(x) > 0$ sur $] -\infty ; 1[$, $f(x) < 0$ sur $]1 ; 3[$ et $f(x) > 0$ ensuite, avec $f(1) = 6$ et $f(3) = 2$.

- Dresser le tableau de variations.
- Donner la nature des extremums.

Exercice 2 - Un polynôme de degré 3

Soit $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 2$.

- Calculer $f'(x)$ et la factoriser.
- Dresser le tableau de variations.

Exercice 3 - Un autre degré 3

Soit $g(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 5$.

- Factoriser g' .
- Déterminer les extremums.

Exercice 4 - Coefficient dominant négatif

Soit $h(x) = -x^3 + 3x^2 + 9x - 2$.

- Factoriser h' .
- Déterminer les extremums.

Exercice 5 - Une fonction sans extremum

Soit $k(x) = x^3 + 3x^2 + 5x$.

Montrer que k est croissante sur $\mathbb{R}$.

Exercice 6 - Extremums sur un intervalle fermé

Soit $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 2$ sur $[0 ; 4]$.

Déterminer le maximum et le minimum.

Exercice 7 - Variations d'un trinôme

Soit $m(x) = -2x^2 + 16x - 24$.

- Calculer m' et dresser le tableau.
- Donner l'extremum.

Exercice 8 - Lire un tableau

Un tableau indique : f décroissante sur $] -\infty ; -2]$, croissante sur $[-2 ; 4]$, décroissante ensuite, avec $f(-2) = -5$ et $f(4) = 20$.

- Donner le signe de f .
- Combien de solutions a $f(x) = 0$?
- Et $f(x) = 25$?

Exercice 9 - Dérivée nulle sans extremum

Soit $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 5$.

- Calculer f' et la factoriser.
- Y a-t-il un extremum ?

Exercice 10 - Repérer une erreur

Un élève écrit : « $f(x) = 3x^2 - 12x + 9$ s'annule en 1 et 3, donc f est croissante entre 1 et 3 ». Corriger.

Exercice 11 - Un volume à optimiser

Un volume vaut $V(x) = x(10 - 2x)^2$, pour $0 < x < 5$, en centimètres cubes.

- Développer V .
- Calculer V' et la factoriser.
- Déterminer le volume maximal.

Exercice 12 - Comparer deux fonctions

Soit $f(x) = x^3 - 3x$ et $g(x) = x^3 + 3x$.

- Étudier les variations de chacune.
- Comparer.

Exercice 13 - Un maximum de production

La production vaut $P(x) = -x^3 + 12x^2 - 36x + 50$, pour x entre 0 et 10.

- Factoriser P' .
- Déterminer les extremums.
- Donner le maximum sur l'intervalle.

Exercice 14 - Deux régimes

Le rendement vaut $r(x) = -0,5x^3 + 6x^2 - 18x + 40$, pour x entre 0 et 8.

- a) Factoriser r' .
- b) Déterminer les extremums.

Exercice 15 - Un paramètre à déterminer

Soit $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$. On veut un extremum en $x = 1$ avec $f(1) = 4$.

Déterminer a et b .

Exercice 16 - Synthèse : étude complète

Soit $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 3$.

- a) Factoriser f .
- b) Dresser le tableau de variations.
- c) Donner les extremums et le nombre de solutions de $f(x) = 0$.