

Plaquette 2 - Dérivées usuelles, produit et quotient

Dérivées et approximation affine — Première STI2D

Exercices

Méthode

Avant d'approcher une courbe par sa tangente, il faut savoir **dériver**. Cette plaquette installe les dérivées usuelles de la filière — polynômes, inverse, racine, cosinus et sinus — puis les deux règles qui les combinent : produit et quotient.

Exercice 1 - Un polynôme du second degré

Dériver $f(x) = 3x^2 - 5x + 2$, puis calculer $f'(2)$.

Exercice 2 - Un polynôme du troisième degré

Dériver $f(x) = x^3 - 4x^2 + 7$, puis résoudre $f'(x) = 0$.

Exercice 3 - Avec un inverse

Dériver $f(x) = \frac{1}{x} + 2x$ sur $]0; +\infty[$, puis calculer $f'(1)$.

Exercice 4 - Avec une racine

Dériver $f(x) = \sqrt{x} + 3x$ sur $]0; +\infty[$, puis calculer $f'(4)$.

Exercice 5 - Fonctions trigonométriques

Dériver $f(x) = \cos x + 2 \sin x$, puis calculer $f'(0)$ et $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

Exercice 6 - Un premier produit

Dériver $f(x) = (2x + 1)(x^2 - 3)$ à l'aide de la formule du produit.

Exercice 7 - Produit avec un sinus

Dériver $f(x) = x^2 \sin x$.

Exercice 8 - Produit avec une racine

Dériver $f(x) = (3x - 2)\sqrt{x}$ sur $]0; +\infty[$, puis réduire au même dénominateur.

Exercice 9 - Un premier quotient

Dériver $f(x) = \frac{2x+1}{x-3}$ sur $]3; +\infty[$.

Exercice 10 - Un quotient avec un carré

Dériver $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$, puis déterminer le signe de f' .

Exercice 11 - Deux méthodes pour un même quotient

Dériver $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x}$ sur $]0; +\infty[$, d'abord en simplifiant, puis par la formule du quotient.

Exercice 12 - Quotient trigonométrique

Dériver $f(x) = \frac{\cos x}{x}$ sur $]0; +\infty[$.

Exercice 13 - Coefficient directeur d'une tangente

Soit $f(x) = x^2 - 4x + 1$.

- Calculer $f'(x)$.
- Déterminer l'abscisse du point où la tangente est horizontale.
- Déterminer l'abscisse du point où la tangente a pour coefficient directeur 2.

Exercice 14 - Une erreur à corriger

Un élève écrit : « la dérivée de $f(x) = x^2 \cos x$ est $f'(x) = 2x \times (-\sin x)$ ».
Expliquer l'erreur et donner la bonne réponse.

Exercice 15 - Une fonction de coût

Le coût de production de x pièces est $C(x) = 0,02x^2 + 6x + 400$ euros, pour x entre 0 et 500.

- Calculer le coût marginal $C'(x)$.
- Calculer $C'(100)$ et l'interpréter.
- Calculer le coût réel de la 101-ième pièce et comparer.

Exercice 16 - Synthèse : étude d'une fonction quotient

Soit $f(x) = \frac{x^2 + 4}{x}$ sur $]0; +\infty[$.

- Simplifier l'écriture de f .
- Calculer $f'(x)$.
- Déterminer le minimum de f .
- Ce modèle donne le coût unitaire d'une production de x centaines de pièces. Interpréter le résultat.