

Plaquette 4 - Notation différentielle et variations relatives

Dérivées et approximation affine — Première STI2D

Exercices

Méthode

En physique, on écrit rarement $f(x)$: on écrit $\frac{dy}{dx}$, et surtout on raisonne en **pourcentages**. Savoir dire « +1 % sur le rayon, c'est +2 % sur l'aire » sans calculer une seule aire, voilà l'outil de cette plaquette.

Exercice 1 - Un premier calcul différentiel

Soit $y = x^2$. Calculer dy pour $x = 5$ et $dx = 0,03$, puis comparer à la variation exacte.

Exercice 2 - Lire une notation différentielle

Un capteur délivre une tension U en fonction de la température θ , avec $\frac{dU}{d\theta} = 0,05$.

- Donner l'unité de cette dérivée et son nom.
- Estimer la variation de tension pour une hausse de 12 °C.

Exercice 3 - Différentielle d'un polynôme

Soit $y = 3x^2 + 2x$. Calculer dy pour $x = 4$ et $dx = 0,1$, puis la variation exacte.

Exercice 4 - Aire d'un disque en pourcentage

Le rayon d'un disque augmente de 1 %. De combien augmente son aire ?

Exercice 5 - Volume d'un cube en pourcentage

L'arête d'un cube augmente de 1 %. De combien augmente son volume ? Et sa surface totale ?

Exercice 6 - Puissance et intensité

La puissance dissipée dans une résistance vaut $P = RI^2$.

L'intensité augmente de 3 %, la résistance étant constante. De combien augmente la puissance ?

Exercice 7 - Puissance et tension

La puissance d'un appareil résistif vaut $P = \frac{U^2}{R}$.

La tension du réseau baisse de 2 %. Quelle est la conséquence sur la puissance ?

Exercice 8 - Une racine carrée

La période d'un pendule vaut $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$.

On allonge le pendule de 2 %. De combien varie sa période ?

Exercice 9 - Un inverse

La fréquence d'un signal vaut $f = \frac{1}{T}$.

La période diminue de 2 %. Que devient la fréquence ?

Exercice 10 - Un débit

Le débit d'un déversoir suit $Q = k\sqrt{H}$, où H est la hauteur d'eau.

La hauteur augmente de 4 %. De combien augmente le débit ?

Exercice 11 - Fréquence de résonance

La fréquence propre d'un circuit vaut $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$.

L'inductance augmente de 2 %, la capacité restant constante. Que devient f_0 ?

Exercice 12 - Cumuler deux variations

La puissance apparente vaut $S = UI$.

La tension augmente de 2 % et l'intensité de 3 %. Que devient S ?

Exercice 13 - Incertitude sur une aire

Une pièce carrée mesure 5 cm de côté, à 0,02 cm près.

- Estimer l'incertitude sur son aire.
- Donner l'incertitude relative.

Exercice 14 - Incertitude sur une puissance

On mesure $U = 230$ V à 1 % près et $I = 5$ A à 2 % près, sur une charge résistive où $P = UI$.

- Calculer P et son incertitude relative.
- En déduire l'incertitude absolue.

Exercice 15 - Quand l'approximation ne vaut plus

Le rayon d'un disque augmente de 50 %.

- Que donnerait la règle des variations relatives ?
- Calculer la variation exacte et commenter.

Exercice 16 - Synthèse : dimensionner une cuve cylindrique

Une cuve cylindrique a un rayon r et une hauteur h , de volume $V = \pi r^2 h$.

- a) Le rayon augmente de 1 %, la hauteur de 2 %. De combien augmente le volume ?
- b) Vérifier par le calcul exact.
- c) Pour $r = 60$ cm et $h = 120$ cm, calculer le volume initial en litres, puis le volume final.
- d) On veut augmenter le volume de 6 % en jouant seulement sur le rayon. De combien faut-il l'augmenter ?