

Plaquette 5 - Optimisation technique

Fonctions et polynômes du second degré — Première STI2D

Exercices

Méthode

C'est l'usage le plus fréquent du second degré en STI2D : maximiser une aire, une puissance, un rendement, ou minimiser un coût. Le sommet donne la réponse en une ligne.

Exercice 1 - Un enclos contre un mur

On dispose de 120 m de grillage pour clôturer un rectangle adossé à un mur, sur trois côtés.

- Exprimer l'aire en fonction de la largeur x .
- Déterminer l'aire maximale.

Exercice 2 - Une puissance maximale

La puissance transmise vaut $P(x) = -0,5x^2 + 30x - 250$, en watts.

- Déterminer la puissance maximale.
- Pour quelles valeurs est-elle positive ?

Exercice 3 - Un coût minimal

Le coût unitaire vaut $C(x) = 0,5x^2 - 20x + 450$, en euros.

- Déterminer le coût minimal.
- Le coût descend-il sous 200 € ?

Exercice 4 - Une section de canal

Un canal rectangulaire a un périmètre mouillé de 12 m : deux hauteurs h et une largeur.

- Exprimer la section en fonction de h .
- Déterminer la section maximale.

Exercice 5 - Une trajectoire

Un jet suit $h(x) = -0,05x^2 + 4x$, en mètres.

- Déterminer la portée.
- Déterminer la hauteur maximale.
- Calculer $h(20)$ et $h(60)$.

Exercice 6 - Un bénéfice maximal

Le bénéfice vaut $B(x) = -0,4x^2 + 32x - 240$, en euros.

- Déterminer le bénéfice maximal.

b) Encadrer les seuils de rentabilité.

Exercice 7 - Deux rectangles à comparer

Avec 80 m de clôture :

- a) Quelle aire maximale pour un rectangle complet ?
- b) Et pour un rectangle adossé à un mur ?

Exercice 8 - Un optimum hors intervalle

Une puissance suit $P(x) = -0,5x^2 + 30x - 250$, mais le régime est limité à $x \leq 25$.

- a) Où serait l'optimum sans contrainte ?
- b) Quel est l'optimum réel ?

Exercice 9 - Une distance minimale

Le carré de la distance entre deux mobiles vaut $d(t) = 2t^2 - 8t + 20$, en mètres carrés.

- a) Déterminer l'instant de distance minimale.
- b) Calculer cette distance.

Exercice 10 - Un rendement à régler

Un rendement suit $r(x) = -x^2 + 18x - 45$, en pourcentage.

- a) Déterminer le rendement maximal.
- b) Pour quelles valeurs dépasse-t-il 27 % ?

Exercice 11 - Repérer une erreur

Un élève cherche le maximum de $A(x) = -2x^2 + 120x$ et répond « $x = 60$, car c'est la racine ». Corriger.

Exercice 12 - Un débit optimal

Le débit utile vaut $D(x) = -3x^2 + 36x - 60$, en litres par minute.

- a) Déterminer le débit maximal.
- b) Pour quelles valeurs le débit est-il positif ?

Exercice 13 - Deux dimensionnements

Une tôle de 60 cm de périmètre doit former un rectangle.

- a) Quelle aire maximale ?
- b) Quelle est l'aire si l'on impose une longueur double de la largeur ?

Exercice 14 - Un optimum avec contrainte

Le coût $C(x) = 0,5x^2 - 20x + 450$ doit être minimisé, mais la production est au moins 30 unités.

- a) Où serait l'optimum sans contrainte ?
- b) Quel est l'optimum réel ?

Exercice 15 - Comparer deux réglages

Réglage A : $P_A(x) = -x^2 + 20x - 75$. Réglage B : $P_B(x) = -0,5x^2 + 14x - 72$.

- a) Déterminer les deux maximums.
- b) Lequel retenir ?

Exercice 16 - Synthèse : une pièce à dimensionner

Une plaque rectangulaire de périmètre 100 cm doit avoir une aire d'au moins 600 cm².

- a) Exprimer l'aire.
- b) Déterminer l'aire maximale.
- c) Encadrer les largeurs acceptables.