

Plaquette 2 - Sommet, axe de symétrie et variations

Fonctions et polynômes du second degré — Première STI2D

Exercices

Méthode

Tout part de l'**axe de symétrie**. On le trouve sans formule, en résolvant $f(x) = c$: les deux solutions sont symétriques, et l'axe passe par leur milieu. Le sommet, l'extremum et le tableau de variations en découlent.

Exercice 1 - Sens de la parabole

Pour chaque fonction, dire si la parabole est tournée vers le haut ou vers le bas, et si l'extremum est un minimum ou un maximum.

a) $f(x) = 2x^2 - 12x + 23$

b) $g(x) = -3x^2 + 18x - 20$

c) $h(x) = -0,5x^2 + 4x + 1$

Exercice 2 - Coordonnées du sommet

Calculer les coordonnées du sommet.

a) $f(x) = 2x^2 - 12x + 23$

b) $g(x) = -3x^2 + 18x - 20$

c) $h(x) = x^2 + 8x + 11$

Exercice 3 - Trouver l'axe de symétrie

Pour chaque fonction, résoudre $f(x) = c$, où c est le terme constant, puis en déduire l'axe de symétrie de la parabole.

a) $f(x) = 2x^2 - 12x + 23$

b) $g(x) = -3x^2 + 18x - 20$

c) $k(x) = -0,5x^2 + 4x + 1$

Exercice 4 - Lire une forme factorisée

Donner les racines, le sommet, la nature de l'extremum et la forme développée.

a) $f(x) = 3(x - 1)(x - 3)$

b) $g(x) = -2(x + 5)(x - 1)$

Exercice 5 - Tableau de variations

Dresser le tableau de variations.

a) $f(x) = 2x^2 - 12x + 23$

b) $g(x) = -3x^2 + 18x - 20$

Exercice 6 - Utiliser la symétrie

Soit $f(x) = 2x^2 - 12x + 23$, de sommet $S(3 ; 5)$.

- Calculer $f(1)$ et en déduire $f(5)$.
- Calculer $f(0)$ et en déduire $f(6)$.
- Trouver x tel que $f(x) = 13$ et $x \neq 1$.

Exercice 7 - Retrouver une fonction

Une parabole coupe l'axe des abscisses en 2 et en 6, et passe par le point $(4 ; -8)$.

- Déterminer a tel que $f(x) = a(x - 2)(x - 6)$.
- Donner la forme développée.
- Donner le sommet.

Exercice 8 - Comparer deux paraboles

Soit $f(x) = x^2 - 6x + 10$ et $g(x) = -x^2 + 6x - 4$.

- Donner les deux sommets.
- Comparer les extremums.

Exercice 9 - Repérer une erreur

Un élève écrit : « $f(x) = -3x^2 + 18x - 20$, donc le sommet est en $x = -3$ ». Corriger.

Exercice 10 - Une trajectoire

Un jet suit $h(x) = -0,5x^2 + 4x + 1$, en mètres.

- Calculer la hauteur au départ.
- Déterminer la hauteur maximale et son abscisse.
- Calculer $h(8)$.

Exercice 11 - Un problème de dimension

Une plaque rectangulaire a un périmètre de 60 cm.

- Exprimer l'aire en fonction de la largeur x .
- Déterminer l'aire maximale.

Exercice 12 - Lire un graphique

Une parabole coupe l'axe des abscisses en -4 et en 0 , et son sommet a pour ordonnée 8.

- Déterminer a tel que $f(x) = ax(x + 4)$.
- Donner la forme développée.
- Calculer $f(-3)$.

Exercice 13 - Deux paraboles à distinguer

Soit $f(x) = (x - 3)^2 + 4$ et $g(x) = (x - 3)^2 - 4$.

- a) Donner les deux sommets.
- b) Laquelle coupe l'axe des abscisses ?

Exercice 14 - Un sommet imposé

On cherche $f(x) = 2x^2 + bx + 48$ dont la parabole a pour axe de symétrie la droite $x = 5$.

- a) Déterminer b en résolvant $f(x) = 48$.
- b) Donner l'expression de f et son sommet.
- c) Calculer $f(7)$.

Exercice 15 - Encadrer une parabole

Soit $f(x) = 2x^2 - 12x + 23$ sur $[0 ; 5]$.

- a) Déterminer le minimum.
- b) Déterminer le maximum.

Exercice 16 - Synthèse : trois formes

Soit $f(x) = -2x^2 + 16x - 24$.

- a) Déterminer l'axe de symétrie et le sommet.
- b) Vérifier que 2 est racine, puis factoriser f .
- c) Dresser le tableau de variations et donner le signe de f .