

Plaquette 1 - Sommet, variations et lecture des formes

Fonctions et polynômes du second degré — Première STI2D

Exercices

Méthode

Le programme de l'enseignement commun étudie le second degré **sans discriminant et sans formule du sommet** : on trouve l'axe de symétrie en résolvant $f(x) = c$, on lit les racines et le signe sur la **forme factorisée**. Les problèmes portent sur des trajectoires et des optimisations techniques.

Exercice 1 - Reconnaître le sens de la parabole

Pour chaque fonction, dire si la parabole est tournée vers le haut ou vers le bas, et si la fonction admet un minimum ou un maximum.

a) $f(x) = 2x^2 - 8x + 1$

b) $g(x) = -0,5x^2 + 3x$

c) $h(x) = 5 - x^2$

Exercice 2 - Coordonnées du sommet

Soit $f(x) = x^2 - 6x + 11$. Déterminer les coordonnées du sommet de la parabole.

Exercice 3 - Vérifier une écriture

Soit $f(x) = x^2 - 6x + 11$ (même fonction que l'exercice précédent).

a) Vérifier que $f(x) = (x - 3)^2 + 2$.

b) En déduire le minimum de f .

Exercice 4 - Lire différentes écritures

Pour chaque fonction, donner le sommet, la nature de l'extremum et les racines éventuelles.

a) $f(x) = 3x^2 - 12$

b) $g(x) = -2(x + 4)(x - 2)$

c) $h(x) = 0,5x^2$

Exercice 5 - Tableau de variations

Soit $f(x) = -2x^2 + 12x - 10$. Déterminer le sommet, puis dresser le tableau de variations sur $\mathbb{R}$.

Exercice 6 - Racines par factorisation

Résoudre, sans discriminant :

a) $x^2 - 5x = 0$

b) $x^2 - 16 = 0$

$$c) 2x^2 - 18 = 0$$

Exercice 7 - Un carré moins un nombre

Soit $f(x) = (x - 4)^2 - 9$.

- a) Résoudre $f(x) = 0$.
- b) Donner la forme factorisée de f .

Exercice 8 - Signe d'un polynôme factorisé

Soit $f(x) = (x - 2)(x - 6)$. Dresser le tableau de signes de f , puis résoudre $f(x) \leq 0$.

Exercice 9 - Problème : trajectoire d'un jet d'eau

La hauteur (en mètres) d'un jet d'eau, à la distance x (en mètres) de la buse, est modélisée par

$$h(x) = -0,25x^2 + 2x$$

- a) Quelle est la hauteur maximale du jet, et à quelle distance est-elle atteinte ?
- b) À quelle distance le jet retombe-t-il au sol ?

Exercice 10 - Problème : aire maximale d'un enclos

On dispose de 60 m de grillage pour délimiter un rectangle. En notant x la largeur (en mètres) :

- a) Exprimer l'aire $A(x)$ du rectangle.
- b) Déterminer les dimensions donnant l'aire maximale, et cette aire.

Exercice 11 - Une parabole de la forme $ax^2 + c$

Soit $f(x) = -2x^2 + 8$.

- a) Donner l'axe de symétrie et le sommet.
- b) Résoudre $f(x) = 0$.
- c) Donner le signe de f .

Exercice 12 - Vérifier une racine conjecturée

Soit $f(x) = x^2 + 2x - 8$. Sur la courbe, on lit qu'elle semble couper l'axe des abscisses en $x = 2$.

- a) Vérifier que 2 est racine.
- b) En déduire la forme factorisée de f et l'autre racine.

Exercice 13 - Une racine par balayage

Soit $f(x) = x^2 + x - 1$. Elle s'annule une fois entre 0 et 1.

- a) Calculer $f(0)$ et $f(1)$.
- b) Encadrer cette racine entre deux nombres à deux décimales, par balayage.

Exercice 14 – Taux de variation et sécante

Soit $f(x) = x^2 - 4x + 5$.

- a) Calculer le taux de variation de f entre 1 et 4.
- b) Interpréter ce nombre sur la courbe.

Exercice 15 – Synthèse : trois formes d’une même fonction

Soit $f(x) = x^2 - 8x + 12$.

- a) Déterminer l’axe de symétrie et le sommet.
- b) Vérifier que 2 est racine, puis donner la forme factorisée.
- c) Dresser le tableau de signes de f .