

Plaquette 1 - Forme algébrique, module et forme trigonométrique

Nombres complexes — Première STI2D

Exercices

Méthode

On calcule avec la forme algébrique $a + ib$ (somme, produit, conjugué, quotient), on place les points images, on calcule **module** et **argument**, puis on passe à la forme trigonométrique. L'application finale est l'impédance d'un circuit, usage central de la filière.

Exercice 1 - Parties réelle et imaginaire

Pour chaque nombre complexe, donner la partie réelle et la partie imaginaire.

- a) $z_1 = 3 - 5i$
- b) $z_2 = -2i$
- c) $z_3 = 7$
- d) $z_4 = \frac{1}{2} + i$

Exercice 2 - Somme et différence

On pose $z = 4 + 3i$ et $z' = -1 + 5i$. Calculer $z + z'$, $z - z'$ et $2z + 3z'$.

Exercice 3 - Produit et puissance de i

Calculer et donner le résultat sous forme algébrique.

- a) $(2 + i)(3 - 4i)$
- b) $(1 + i)^2$
- c) i^3 et i^4

Exercice 4 - Conjugué et produit remarquable

Soit $z = 5 - 2i$.

- a) Donner $\bar{z}$.
- b) Calculer $z \times \bar{z}$.
- c) Calculer $z + \bar{z}$.

Exercice 5 - Quotient de deux complexes

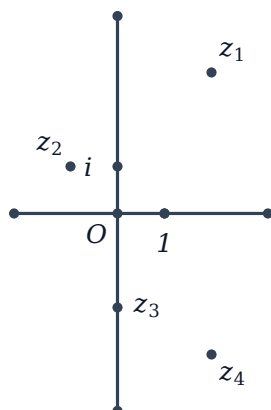
Écrire sous forme algébrique $Z = \frac{3+i}{2-i}$.

Exercice 6 - Module d'un complexe

Calculer le module de : a) $z_1 = 3 + 4i$; b) $z_2 = -5$; c) $z_3 = 1 - i$ (valeur exacte).

Exercice 7 - Points images

Placer (par leurs coordonnées) les points images de $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = -1 + i$, $z_3 = -2i$ et $z_4 = \overline{z_1}$.

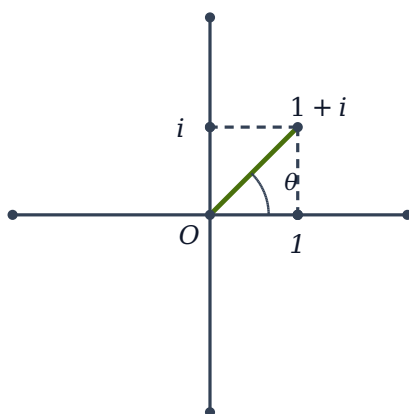


Les quatre points images

Exercice 8 - Argument et forme trigonométrique

Soit $z = 1 + i$.

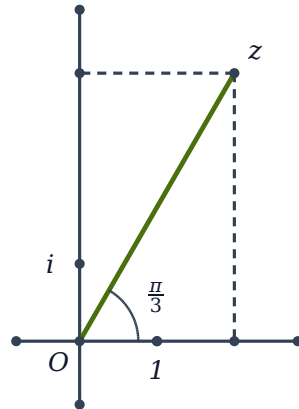
- Calculer $|z|$.
- Déterminer un argument de z .
- Écrire z sous forme trigonométrique.



Le module est la longueur, l'argument l'angle avec l'axe des réels

Exercice 9 - De la forme trigonométrique à la forme algébrique

Écrire sous forme algébrique $z = 4\left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}\right)$.



Module 4, argument $\frac{\pi}{3}$

Exercice 10 - Module d'un produit

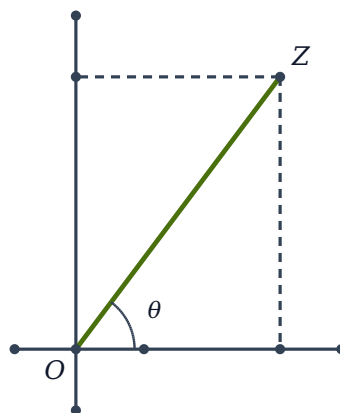
Soit $z = 3 + 4i$ et $z' = 1 - i$.

- Calculer $|z|$ et $|z'|$.
- Calculer zz' puis son module, et vérifier la propriété $|zz'| = |z| \times |z'|$.

Exercice 11 - Problème : impédance d'un circuit RL

Un circuit RL série a pour impédance complexe $Z = R + iL\omega$, avec $R = 30 \Omega$, $L = 0,1 \text{ H}$ et $\omega = 400 \text{ rad/s}$.

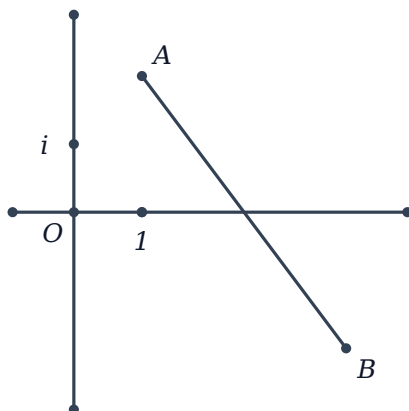
- Écrire Z sous forme algébrique.
- Calculer l'impédance $|Z|$ (arrondie au dixième d'ohm).
- Calculer le déphasage $\theta = \arg(Z)$, arrondi au dixième de degré.



L'impédance $Z = 30 + 40i$ (une graduation pour 10Ω)

Exercice 12 - Distance entre deux points images

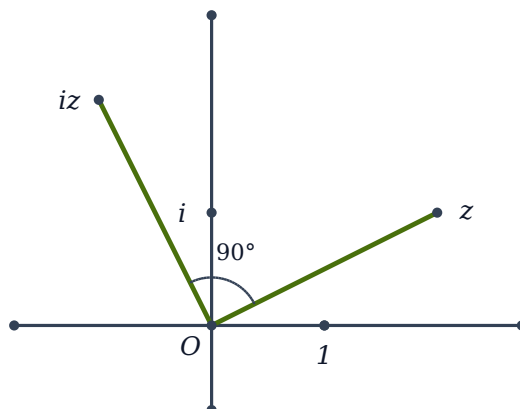
Les points A et B ont pour affixes $z_A = 1 + 2i$ et $z_B = 4 - 2i$. Calculer la distance AB .



La distance AB dans le plan complexe

Exercice 13 - Multiplier par i

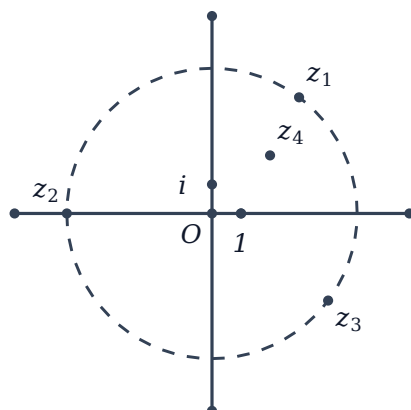
Soit $z = 2 + i$. Calculer iz , comparer les modules de z et de iz , puis décrire la transformation géométrique.



Le point image de z et celui de iz

Exercice 14 - Points d'un cercle

Parmi $z_1 = 3 + 4i$, $z_2 = -5$, $z_3 = 4 - 3i$ et $z_4 = 2 + 2i$, lesquels ont leur point image sur le cercle de centre O et de rayon 5 ?

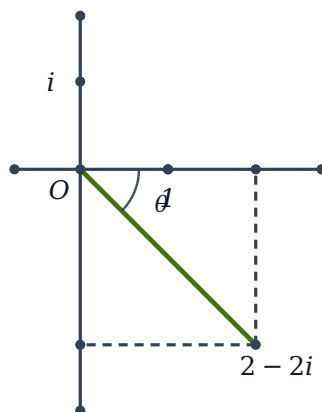


Le cercle de centre O et de rayon 5

Exercice 15 - Synthèse : calculs enchaînés

Soit $z = 2 - 2i$.

- Calculer $|z|$ (valeur exacte).
- Déterminer un argument de z .
- Écrire z sous forme trigonométrique, puis calculer $\frac{1}{z}$ sous forme algébrique.



Un point du quatrième quadrant