

## Plaquette 4 - Forme trigonométrique : module et argument

### Nombres complexes — Première STI2D

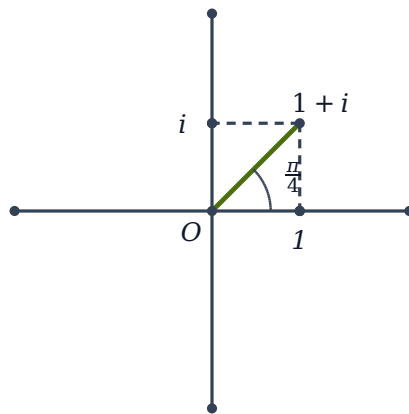
#### Exercices

#### Méthode

Un complexe se repère aussi bien par ses coordonnées  $(a; b)$  que par sa **longueur** et sa **direction** : c'est la forme trigonométrique. Elle transforme les produits en additions d'angles — d'où son usage constant en électricité et en traitement du signal.

#### Exercice 1 - Un premier argument

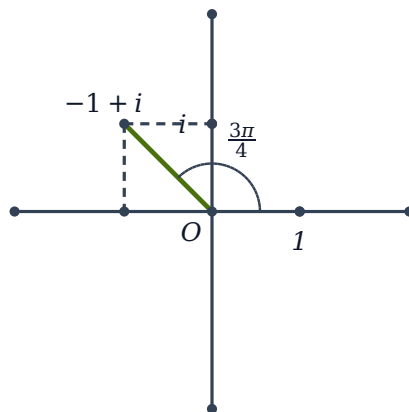
Écrire  $z = 1 + i$  sous forme trigonométrique.



*Le module est la longueur OZ, l'argument l'angle avec l'axe des réels*

#### Exercice 2 - Un point du deuxième quadrant

Écrire  $z = -1 + i$  sous forme trigonométrique.



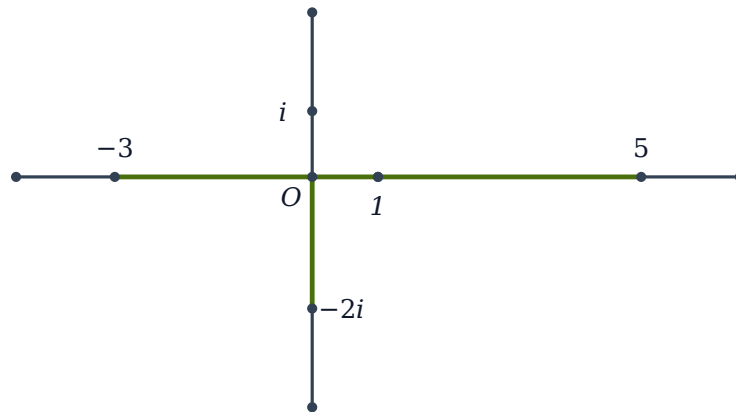
*Un point du deuxième quadrant*

**Exercice 3 - Avec une racine**

Le complexe  $z = \sqrt{3} + i$  a son point image dans le premier quadrant. Déterminer son module et un argument, puis en déduire sa forme trigonométrique.

**Exercice 4 - Des cas particuliers**

Donner le module et un argument de  $z_1 = 5$ ,  $z_2 = -3$  et  $z_3 = -2i$ .



*Trois points situés sur les axes*

**Exercice 5 - De la forme trigonométrique à l'algébrique**

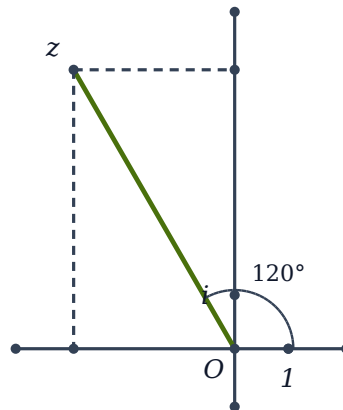
Écrire  $z = 4 \left( \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$  sous forme algébrique.

**Exercice 6 - Avec un argument négatif**

Écrire  $z = 6 \left( \cos \left( -\frac{\pi}{4} \right) + i \sin \left( -\frac{\pi}{4} \right) \right)$  sous forme algébrique.

**Exercice 7 - Un argument de  $2\pi/3$** 

Écrire  $z = -3 + 3i\sqrt{3}$  sous forme trigonométrique.



*Le point image de  $z = -3 + 3i\sqrt{3}$*

**Exercice 8 - Produit sous forme trigonométrique**

On pose  $z = 2\left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}\right)$  et  $z' = 3\left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}\right)$ .

Donner la forme trigonométrique de  $zz'$ .

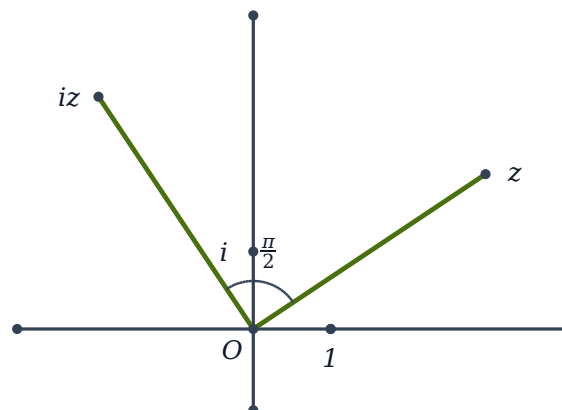
**Exercice 9 - Quotient sous forme trigonométrique**

Avec les mêmes  $z$  et  $z'$ , donner la forme trigonométrique de  $\frac{z'}{z}$ .

**Exercice 10 - Multiplier par  $i$** 

On pose  $z = 3 + 2i$ .

- Calculer  $iz$  sous forme algébrique.
- Comparer les modules, puis interpréter géométriquement.



*Multiplier par  $i$  : un quart de tour autour de  $O$*

**Exercice 11 - Argument du conjugué**

On donne  $z = 2\left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}\right)$ .

Donner la forme trigonométrique puis la forme algébrique de  $\bar{z}$ .

**Exercice 12 - Le carré d'un complexe**

On donne  $z = 2\left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}\right)$ .

- Donner la forme trigonométrique de  $z^2$ .
- En déduire sa forme algébrique.

**Exercice 13 - Un quatrième quadrant**

Placer le point image de  $z = 5 - 5i$ , puis en déduire le module, un argument et la forme trigonométrique de  $z$ .

**Exercice 14 - Un signal écrit en complexe**

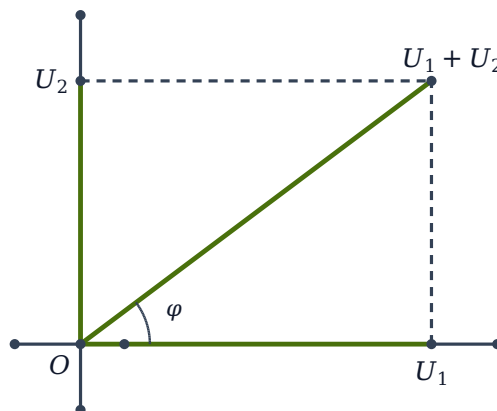
Une tension sinusoïdale est représentée par le complexe  $U = 12\left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}\right)$ , où le module donne l'amplitude en volts et l'argument la phase à l'origine.

- Donner l'amplitude et la phase.
- Écrire l'expression temporelle du signal à 50 Hz.

**Exercice 15 - Deux signaux à additionner**

Deux tensions de même fréquence sont représentées par  $U_1 = 8$  et  $U_2 = 6i$  (en volts).

- Calculer  $U_1 + U_2$  sous forme algébrique, puis son module.
- Donner la phase de la somme, au centième de degré.



*Les deux tensions et leur somme (en volts)*

**Exercice 16 - Synthèse : aller-retour entre les deux formes**

On pose  $z_1 = 2 + 2i$  et  $z_2 = -\sqrt{3} + i$ .

- a) Donner la forme trigonométrique de  $z_1$  et de  $z_2$ .
- b) En déduire le module et un argument de  $z_1 z_2$ .
- c) Donner la forme algébrique de  $z_1 z_2$  par calcul direct.
- d) En déduire les valeurs exactes de  $\cos \frac{11\pi}{12}$  et  $\sin \frac{11\pi}{12}$ .