

Plaquette 5 - Primitives et aires : problèmes de synthèse

Primitives — Première STI2D

Exercices

Méthode

Dernière plaquette du chapitre : on relie la primitive à l'**aire sous une courbe**, on enchaîne les problèmes complets — énergie, volume, distance — et on choisit entre calcul exact et méthode d'Euler selon ce que l'énoncé permet.

Exercice 1 - Une première aire

Calculer l'aire sous la courbe de $f(x) = 2x$ entre $x = 0$ et $x = 3$.

Exercice 2 - Sous une parabole

Calculer l'aire sous la courbe de $f(x) = x^2$ entre $x = 0$ et $x = 3$.

Exercice 3 - Entre deux bornes quelconques

Calculer l'aire sous la courbe de $f(x) = 3x^2 + 2$ entre $x = 1$ et $x = 4$.

Exercice 4 - Distance et aire

Un mobile a pour vitesse $v(t) = 4t + 2$ m/s.

- Calculer la distance parcourue entre $t = 0$ et $t = 5$ s.
- Vérifier par l'aire d'un trapèze.

Exercice 5 - Valeur moyenne d'une fonction

Calculer la valeur moyenne de $f(x) = x^2$ sur $[0; 3]$.

Exercice 6 - Volume écoulé

Un débit vaut $q(t) = 3t^2$ litres par minute.

Calculer le volume écoulé entre $t = 2$ et $t = 6$ min.

Exercice 7 - Énergie et puissance

Une machine consomme $p(t) = 1\,200 + 300t$ watts pendant 60 s.

- Calculer l'énergie consommée, en kilojoules.
- Calculer la puissance moyenne.

Exercice 8 - Aire sous un signal

Calculer l'aire sous la courbe de $f(t) = 5 \sin(2t)$ entre $t = 0$ et $t = \frac{\pi}{2}$.

Exercice 9 - Une aire nulle

Calculer $F(2\pi) - F(0)$ pour une primitive F de $f(t) = \cos t$, puis interpréter.

Exercice 10 - Découper selon le signe

Soit $f(x) = x - 2$ sur $[0; 4]$.

- Calculer $F(4) - F(0)$.
- Calculer l'aire géométrique réellement comprise entre la courbe et l'axe.

Exercice 11 - Choisir sa méthode

Pour chacun des problèmes, dire s'il faut une primitive exacte ou la méthode d'Euler.

- Volume écoulé avec $q(t) = 4t + 10$.
- Température vérifiant $\theta' = -0,15(\theta - 18)$.
- Distance avec $v(t) = 3 \sin(2t) + 5$.

Exercice 12 - Deux phases à cumuler

Un débit vaut $q(t) = 10t$ L/min pendant les 6 premières minutes, puis reste constant à 60 L/min pendant 10 min.

Calculer le volume total.

Exercice 13 - Retrouver une borne

Un débit vaut $q(t) = 6t$ L/min, la cuve étant vide au départ.

Au bout de combien de temps a-t-on recueilli 300 L ?

Exercice 14 - Comparer deux moyennes

Calculer la valeur moyenne de $f(x) = x^3$ sur $[0; 2]$, puis la comparer à $\frac{f(0) + f(2)}{2}$.

Exercice 15 - Une aire à encadrer

Sans calculer de primitive, encadrer l'aire sous la courbe de $f(x) = x^2$ entre $x = 1$ et $x = 3$, puis comparer à la valeur exacte.

Exercice 16 - Synthèse : un cycle de charge complet

Un atelier consomme une puissance $p(t) = 2\,000 + 600t - 30t^2$ watts, t en heures, sur un poste de 8 h.

- Calculer la puissance au début, à $t = 4$ h et en fin de poste.
- Déterminer l'instant de puissance maximale.
- Calculer l'énergie consommée sur le poste, en kWh.
- Le kWh coûte 0,18 €. Chiffrer le coût, puis calculer la puissance moyenne.