

## Plaquette 1 - Primitives usuelles, condition initiale et méthode d'Euler

### Primitives — Première STI2D

#### Exercices

#### Méthode

On cherche une fonction dont la dérivée est donnée : primitives des polynômes, de  $\frac{1}{x^2}$ , des signaux sinusoïdaux. On détermine **la** primitive vérifiant une condition initiale, puis on approche une solution par la **méthode d'Euler** — la version numérique du même problème.

#### Exercice 1 - Primitives d'un polynôme

Déterminer une primitive de :

- a)  $f(x) = 6x + 4$
- b)  $g(x) = 3x^2 - 2x + 5$
- c)  $h(x) = x^3$

#### Exercice 2 - Toutes les primitives

Soit  $f(x) = 2x - 3$ .

- a) Donner une primitive de  $f$ .
- b) Donner l'ensemble de toutes les primitives de  $f$ .
- c) Combien y a-t-il de primitives de  $f$  ?

#### Exercice 3 - Primitive de $1/x^2$

Déterminer une primitive de  $f(x) = \frac{3}{x^2}$  sur  $]0 ; +\infty[$ .

#### Exercice 4 - Primitives de signaux sinusoïdaux

Déterminer une primitive de :

- a)  $f(t) = \cos(5t)$
- b)  $g(t) = \sin(100\pi t)$
- c)  $h(t) = 4 \cos(2t) - 3 \sin(2t)$

#### Exercice 5 - Primitive avec condition initiale

Déterminer la primitive  $F$  de  $f(x) = 4x - 1$  telle que  $F(2) = 5$ .

#### Exercice 6 - De la vitesse à la position

Un mobile a pour vitesse  $v(t) = 3t + 2$  (en m/s) et se trouve à la position  $d = 5$  m à l'instant  $t = 0$ .

- a) Déterminer la position  $d(t)$ .

b) Où se trouve-t-il à  $t = 4$  s ?

### Exercice 7 - De l'accélération à la vitesse

Un véhicule a une accélération constante  $a = 2 \text{ m/s}^2$  et une vitesse initiale de  $10 \text{ m/s}$ .

- Déterminer  $v(t)$ .
- Déterminer la distance parcourue  $d(t)$  si  $d(0) = 0$ .
- Quelle distance en  $6$  s ?

### Exercice 8 - Primitive d'un courant

La charge  $q$  d'un condensateur est une primitive de l'intensité  $i$ . On donne  $i(t) = 0,02 \cos(100\pi t)$  (en ampères) et  $q(0) = 0$ .

Déterminer  $q(t)$ .

### Exercice 9 - Méthode d'Euler : premier pas

On cherche à approcher la solution de  $y' = 2y$  avec  $y(0) = 1$ , par la méthode d'Euler de pas  $h = 0,1$ .

Calculer  $y_1$ ,  $y_2$  et  $y_3$ .

### Exercice 10 - Méthode d'Euler et refroidissement

La température d'une pièce vérifie  $T' = -0,05(T - 20)$  (en  $^{\circ}\text{C}$  par minute), avec  $T(0) = 100$   $^{\circ}\text{C}$ .

Appliquer la méthode d'Euler de pas  $h = 1$  minute pour calculer  $T_1$ ,  $T_2$  et  $T_3$  (arrondis au dixième).

### Exercice 11 - Euler en Python

Compléter le programme qui applique la méthode d'Euler au problème  $y' = 2y$ ,  $y(0) = 1$ , avec un pas  $h$  et  $n$  étapes.

```
def euler(h, n):
    y = 1
    for i in range(n):
        y = y + h * ...
    return y
```

Que renvoie `euler(0.1, 3)` ?

### Exercice 12 - Vérifier une primitive

Soit  $f(x) = 3x^2 - 6x$  et  $F(x) = x^3 - 3x^2 + 5$ .

- Montrer que  $F$  est une primitive de  $f$ .
- Déterminer la primitive  $G$  de  $f$  dont la courbe passe par le point  $(1 ; 0)$ .

**Exercice 13 - Énergie consommée par un moteur**

Un moteur absorbe une puissance  $p(t) = 100 + 40t$  watts,  $t$  en secondes. On note  $W(t)$  l'énergie consommée depuis  $t = 0$ , en joules.

- Exprimer  $W(t)$ .
- Calculer l'énergie consommée en 10 s et la puissance moyenne.

**Exercice 14 - Signal sinusoïdal et condition initiale**

Déterminer la primitive  $F$  de  $f(t) = 10 \cos(50t)$  telle que  $F(0) = 2$ , puis donner les valeurs extrêmes de  $F$ .

**Exercice 15 - Synthèse : primitive et aire**

Soit  $f(x) = 3x^2$ .

- Déterminer la primitive  $F$  de  $f$  telle que  $F(0) = 0$ .
- Calculer  $F(2) - F(0)$ .
- Ce nombre représente l'aire sous la courbe de  $f$  entre 0 et 2. Le vérifier en encadrant l'aire par deux rectangles.