

## Plaquette 3 - Arbres pondérés et probabilités totales

### Probabilités conditionnelles et indépendance — Première STI2D

#### Exercices

#### Méthode

Quand l'énoncé donne des **taux** plutôt que des effectifs, l'arbre pondéré est l'outil naturel. Il se lit de gauche à droite pour un chemin, et de haut en bas pour un total.

#### Exercice 1 - Construire l'arbre

Un atelier s'approvisionne à 70 % chez A et à 30 % chez B. Les taux de défaut sont de 2 % chez A et de 5 % chez B.

- Donner les probabilités des quatre branches de second niveau.
- Calculer la probabilité de chaque chemin.

#### Exercice 2 - Probabilité totale de défaut

Avec l'arbre précédent, calculer  $P(D)$ .

#### Exercice 3 - Remonter l'arbre

Une pièce défectueuse est prélevée.

- Quelle est la probabilité qu'elle vienne de A ?
- Et de B ?

#### Exercice 4 - Trois sites de production

Trois sites fournissent respectivement 50 %, 30 % et 20 % de la production, avec des taux de défaut de 1 %, 3 % et 4 %.

- Calculer la probabilité de chaque chemin menant à un défaut.
- En déduire  $P(D)$ .

#### Exercice 5 - L'origine la plus probable

Avec les trois sites, une pièce défectueuse est prélevée. De quel site vient-elle le plus probablement ?

#### Exercice 6 - Un test de contrôle

4 % des pièces sont défectueuses. Le test détecte 95 % des pièces défectueuses, mais signale à tort 2 % des pièces conformes.

- Calculer la probabilité qu'une pièce soit signalée.
- Détailler les deux chemins.

**Exercice 7 - Fiabilité de l'alerte**

Avec le test précédent :

- Une pièce est signalée. Quelle est la probabilité qu'elle soit réellement défectueuse ?
- Une pièce n'est pas signalée. Quelle est la probabilité qu'elle soit conforme ?

**Exercice 8 - Deux étapes successives**

Une pièce passe l'usinage puis la finition. L'usinage réussit dans 92 % des cas ; si l'usinage est réussi, la finition l'est dans 98 % des cas.

- Calculer la probabilité que les deux étapes réussissent.
- En déduire le taux de rebut.

**Exercice 9 - Compléter un arbre**

Un arbre porte  $P(A) = 0,65$ ,  $P_A(D) = 0,03$  et  $P(D) = 0,05$ . Retrouver  $P_{\bar{A}}(D)$ .

**Exercice 10 - Multiplier, pas additionner**

Un élève écrit : «  $P(A) = 0,7$ ,  $P_A(D) = 0,02$ , donc  $P(A \cap D) = 0,72$ . » Corriger.

**Exercice 11 - Somme des branches d'un nœud**

Un arbre porte, au départ d'un même nœud, les valeurs 0,3, 0,45 et une branche illisible.

- Que vaut la branche manquante ?
- Ce raisonnement vaut-il pour deux branches issues de nœuds différents ?

**Exercice 12 - Au moins un défaut**

Un assemblage comporte trois composants indépendants, chacun conforme avec la probabilité 0,95.

- Calculer la probabilité que les trois soient conformes.
- En déduire la probabilité qu'au moins un soit défectueux.

**Exercice 13 - Deux organisations**

Organisation 1 : 60 % des pièces sur la ligne rapide (3 % de défauts) et 40 % sur la lente (6 %). Organisation 2 : moitié-moitié.

Laquelle produit le moins de défauts ?

**Exercice 14 - Lire une branche**

Sur un arbre, une branche de second niveau porte 0,05 et le bout du chemin correspondant porte 0,015.

- Que représente chacun de ces deux nombres ?
- Que vaut la probabilité du premier niveau ?

**Exercice 15 – Un arbre à trois niveaux**

Une pièce subit trois contrôles indépendants, réussis avec les probabilités 0,98, 0,96 et 0,99.

- a) Calculer la probabilité de passer les trois.
- b) Calculer la probabilité d'échouer au moins une fois.

**Exercice 16 – Synthèse : arbre complet**

Un atelier reçoit 70 % de ses pièces de A (2 % de défauts) et 30 % de B (5 %).

- a) Calculer  $P(D)$ .
- b) Calculer  $P_D(B)$ .
- c) Sur 8000 pièces, combien de défauts venant de B ?