

Plaquette 4 - Indépendance : tester et exploiter

Probabilités conditionnelles et indépendance — Première STI2D

Exercices

Méthode

L'indépendance se **teste** sur des données, et s'**exploite** en calcul de fiabilité. Les deux usages sont distincts : le premier conclut sur un tableau, le second autorise à multiplier.

Exercice 1 - Un tableau où l'indépendance vaut

Effectifs	Défectueuses	Conformes	Total
Équipe de jour	30	570	600
Équipe de nuit	20	380	400
Total	50	950	1000

Les événements « la pièce vient de l'équipe de jour » et « la pièce est défectueuse » sont-ils indépendants ?

Exercice 2 - Un tableau où elle ne vaut pas

Effectifs	Défectueuses	Conformes	Total
Atelier A	20	480	500
Atelier B	21	279	300
Total	41	759	800

Tester l'indépendance.

Exercice 3 - Deux capteurs indépendants

Deux capteurs fonctionnent indépendamment, avec les fiabilités 0,98 et 0,95.

- Probabilité que les deux fonctionnent.
- Probabilité que les deux tombent en panne.

Exercice 4 - Au moins un capteur

Avec les mêmes capteurs :

- Probabilité qu'au moins un fonctionne.
- Probabilité qu'exactement un fonctionne.

Exercice 5 - Montage en série

Quatre composants indépendants de fiabilité 0,99 sont montés en série.

- Calculer la fiabilité du système.
- Combien de composants au maximum pour rester au-dessus de 0,95 ?

Exercice 6 - Montage en parallèle

Un capteur a une fiabilité de 0,85. On en monte plusieurs en parallèle : le système marche si **au moins un** marche.

- Calculer la fiabilité avec deux, puis trois capteurs.
- Combien en faut-il pour dépasser 0,999 ?

Exercice 7 - Série et parallèle

Une chaîne comporte un module A de fiabilité 0,95 **en série** avec un module B de fiabilité 0,9.

- Calculer la fiabilité de l'ensemble.
- On double le module B en parallèle. Que devient-elle ?

Exercice 8 - Avec ou sans remise

Un lot de 50 pièces contient 5 défectueuses. On en prélève deux.

- Probabilité d'obtenir deux défectueuses avec remise.
- Sans remise.

Exercice 9 - Indépendants ou incompatibles

Un élève affirme : « A et B ne peuvent pas se produire en même temps, donc ils sont indépendants. » Corriger.

Exercice 10 - Indépendance et contraire

A et B sont indépendants, avec $P(A) = 0,4$ et $P(B) = 0,3$.

- Calculer $P(A \cap \overline{B})$.
- Vérifier que A et $\overline{B}$ sont indépendants.

Exercice 11 - Une addition de fiabilités

Un élève écrit : « Deux capteurs à 0,98 et 0,95, donc le système en parallèle a une fiabilité de 1,93. » Corriger.

Exercice 12 - Test par les conditionnelles

On donne $P(A) = 0,25$, $P(B) = 0,6$ et $P_A(B) = 0,6$.

- A et B sont-ils indépendants ?
- En déduire $P(A \cap B)$ et $P(A \cup B)$.

Exercice 13 - Trois contrôles indépendants

Trois contrôles indépendants sont réussis avec la probabilité 0,97 chacun.

- Probabilité de réussir les trois.
- Probabilité d'en échouer au moins un.

Exercice 14 – Un tableau à trois colonnes

Effectifs	Neuf	Reconditionné	Reformé	Total
Équipe A	300	150	50	500
Équipe B	180	90	30	300
Total	480	240	80	800

L'état de l'appareil dépend-il de l'équipe ?

Exercice 15 – Fiabilité sur une durée

Un relais fonctionne sans panne sur un cycle avec la probabilité 0,999, chaque cycle étant indépendant.

- a) Probabilité de tenir 100 cycles.
- b) Probabilité de tenir 1000 cycles.

Exercice 16 – Synthèse : concevoir un système

Un système comporte un capteur (0,9), une carte (0,98) et un actionneur (0,95), tous en série et indépendants.

- a) Calculer la fiabilité.
- b) On double le capteur en parallèle. Que devient-elle ?
- c) Quel élément doubler ensuite ?