

Plaquette 1 - Tableaux, arbres pondérés et indépendance

Probabilités conditionnelles et indépendance — Première STI2D

Exercices

Méthode

On calcule des probabilités conditionnelles à partir d'un tableau croisé, on construit un **arbre pondéré**, on applique la formule des probabilités totales, puis on teste l'**indépendance** de deux événements. Les contextes sont industriels : lignes de production, contrôles, capteurs.

Exercice 1 - Lire un tableau croisé

Un lot de 500 pièces provient de deux machines.

Effectifs	Conformes	Défectueuses	Total
Machine A	285	15	300
Machine B	186	14	200
Total	471	29	500

On prélève une pièce au hasard. Calculer : a) $P(A)$; b) $P(D)$ où D : « la pièce est défectueuse » ; c) $P(A \cap D)$.

Exercice 2 - Probabilité conditionnelle dans un tableau

On reprend le tableau précédent. Calculer :

- la probabilité qu'une pièce soit défectueuse **sachant** qu'elle vient de la machine A ;
- la probabilité qu'une pièce vienne de A **sachant** qu'elle est défectueuse (arrondi au millième).

Exercice 3 - Construire un arbre pondéré

Une usine a deux lignes de production : la ligne 1 fabrique 70 % des pièces, dont 4 % sont défectueuses ; la ligne 2 fabrique le reste, dont 9 % sont défectueuses.

- Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
- Calculer la probabilité qu'une pièce prélevée au hasard soit issue de la ligne 2 et défectueuse.

Exercice 4 - Probabilités totales

Avec les données de l'exercice précédent, calculer la probabilité qu'une pièce prélevée au hasard soit défectueuse.

Exercice 5 - Remonter l'arbre

Toujours la même usine. Une pièce prélevée est défectueuse. Quelle est la probabilité qu'elle vienne de la ligne 1 (arrondi au millième) ?

Exercice 6 - Tester l'indépendance

Dans une population, $P(A) = 0,4$, $P(B) = 0,25$ et $P(A \cap B) = 0,1$. Les événements A et B sont-ils indépendants ?

Exercice 7 - Événements non indépendants

On reprend le tableau des 500 pièces (exercice 1). Les événements A (« la pièce vient de la machine A ») et D (« la pièce est défectueuse ») sont-ils indépendants ?

Exercice 8 - Deux capteurs indépendants

Deux capteurs fonctionnent indépendamment. Le premier tombe en panne avec la probabilité 0,05, le second avec la probabilité 0,08.

- a) Quelle est la probabilité que les deux tombent en panne ?
- b) Quelle est la probabilité qu'aucun ne tombe en panne ?
- c) Quelle est la probabilité qu'au moins un tombe en panne ?

Exercice 9 - Réunion de deux événements

Dans un atelier, 30 % des salariés suivent une formation sécurité, 45 % une formation qualité, et 15 % suivent les deux.

- a) Quelle proportion suit au moins une des deux formations ?
- b) Quelle proportion n'en suit aucune ?
- c) Les deux formations sont-elles suivies de façon indépendante ?

Exercice 10 - Problème : contrôle en deux étapes

Une pièce passe deux contrôles indépendants. Le premier détecte un défaut avec la probabilité 0,9, le second avec la probabilité 0,8.

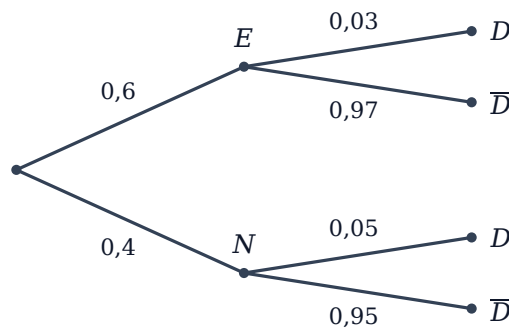
Une pièce est réellement défectueuse. Quelle est la probabilité :

- a) qu'elle soit détectée par les deux contrôles ?
- b) qu'elle passe les deux contrôles sans être détectée ?
- c) qu'elle soit détectée par au moins un contrôle ?

Exercice 11 – Lire un arbre donné

L'arbre ci-dessous décrit la production d'un atelier : E « la pièce est fabriquée par l'équipe de jour », N « par l'équipe de nuit », D « la pièce est défectueuse ».

- Lire $P_E(D)$ et dire ce que ce nombre signifie.
- Calculer $P(N \cap D)$.
- Calculer $P(D)$.
- Une pièce est défectueuse : quelle est la probabilité qu'elle vienne de l'équipe de nuit (arrondi au millième) ?



E : équipe de jour, N : équipe de nuit ; D : pièce défectueuse

Exercice 12 – Du tableau à l'arbre

Un lot de 800 pièces provient de deux sites :

Effectifs	Défectueuses	Conformes	Total
Site A	25	475	500
Site B	21	279	300
Total	46	754	800

- Calculer $P(A)$, $P_A(D)$ et $P_B(D)$.
- Construire l'arbre pondéré correspondant.
- Calculer $P(D)$ à l'aide de l'arbre, puis vérifier avec le tableau.

Exercice 13 – Deux prélèvements sans remise

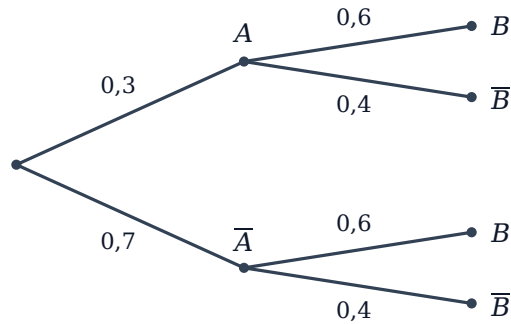
Un lot de 10 pièces contient 3 pièces défectueuses. On prélève successivement deux pièces, **sans remise**.

- Construire l'arbre pondéré de l'expérience.
- Calculer la probabilité de prélever deux pièces défectueuses.
- Calculer la probabilité de prélever exactement une pièce défectueuse.
- Calculer la probabilité de ne prélever aucune pièce défectueuse, et vérifier que les trois résultats ont pour somme 1.

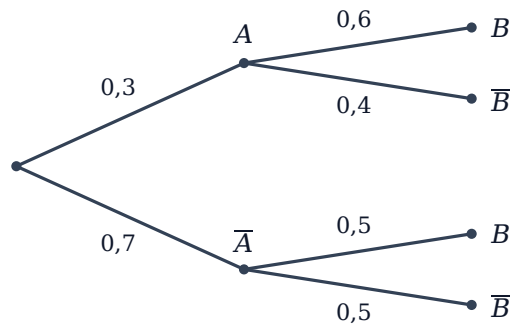
Exercice 14 - L'indépendance se lit sur l'arbre

On considère les deux arbres pondérés ci-dessous.

- Pour chacun, calculer $P(B)$.
- Pour chacun, dire si A et B sont indépendants.
- Énoncer une règle permettant de reconnaître l'indépendance sur un arbre.



Arbre 1



Arbre 2

Exercice 15 - Synthèse : arbre complet

Un composant est fourni par deux fournisseurs : F_1 (60 % des livraisons) et F_2 (40 %). La probabilité qu'un composant soit défaillant est de 0,02 chez F_1 et de 0,05 chez F_2 .

- Calculer la probabilité qu'un composant soit défaillant.
- Un composant est défaillant : quelle est la probabilité qu'il vienne de F_2 (arrondi au millième) ?
- Les événements « venir de F_2 » et « être défaillant » sont-ils indépendants ?