

Plaquette 5 - Al-Kashi : longueurs et angles d'un triangle quelconque

Produit scalaire — Première STI2D

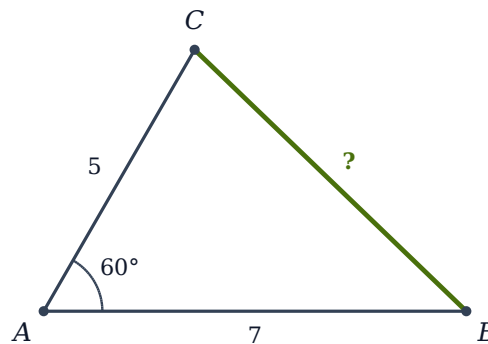
Exercices

Méthode

Pythagore ne sert que dans un triangle rectangle. Le théorème d'**Al-Kashi**, conséquence directe du produit scalaire, calcule n'importe quel côté ou n'importe quel angle d'un triangle **quelconque** — ce qui arrive en permanence dans une charpente, un bras de robot ou un relevé de terrain.

Exercice 1 - Un côté avec un angle de 60°

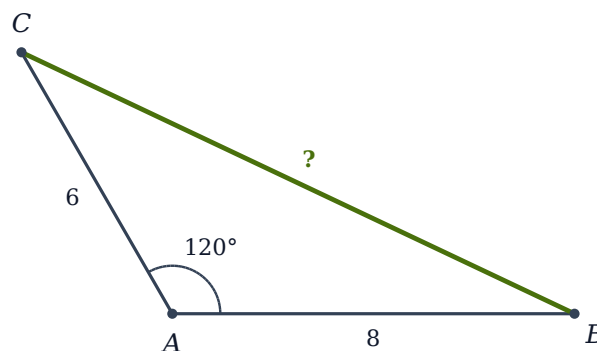
Dans un triangle ABC , $AB = 7$, $AC = 5$ et $\hat{A} = 60^\circ$. Calculer BC au millième.



Deux côtés et l'angle compris

Exercice 2 - Un angle obtus

Dans un triangle ABC , $AB = 8$, $AC = 6$ et $\hat{A} = 120^\circ$. Calculer BC au millième.



Un angle obtus en A

Exercice 3 - Un angle de 45°

Dans un triangle ABC , $AB = 9$, $AC = 12$ et $\hat{A} = 45^\circ$. Calculer BC au centième.

Exercice 4 – Quand Al-Kashi redonne Pythagore

Dans un triangle ABC , $AB = 3$, $AC = 4$ et $\hat{A} = 90^\circ$.

Calculer BC avec Al-Kashi, puis vérifier avec Pythagore.

Exercice 5 – Calculer un angle

Un triangle a pour côtés $BC = 7$, $CA = 5$ et $AB = 6$. Calculer l'angle $\hat{A}$ au centième de degré.

Exercice 6 – Les trois angles

Avec les mêmes côtés $BC = 7$, $CA = 5$ et $AB = 6$, calculer $\hat{B}$ et $\hat{C}$, puis vérifier la somme des angles.

Exercice 7 – Un triangle obtusangle

Un triangle a pour côtés $a = 9$, $b = 4$ et $c = 6$. Calculer l'angle $\hat{A}$ et conclure sur sa nature.

Exercice 8 – Un angle dans une pièce mécanique

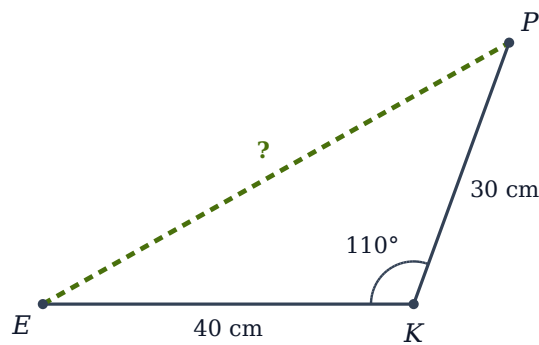
Une pièce triangulaire a pour dimensions $AB = 10$ cm, $BC = 12$ cm et $AC = 9$ cm.

Calculer l'angle $\hat{B}$ au centième de degré.

Exercice 9 – Un bras de robot

Un bras articulé comporte deux segments de 40 cm et 30 cm, formant un angle de 110° au coude.

Calculer la distance entre l'épaule et la pince, au centième.



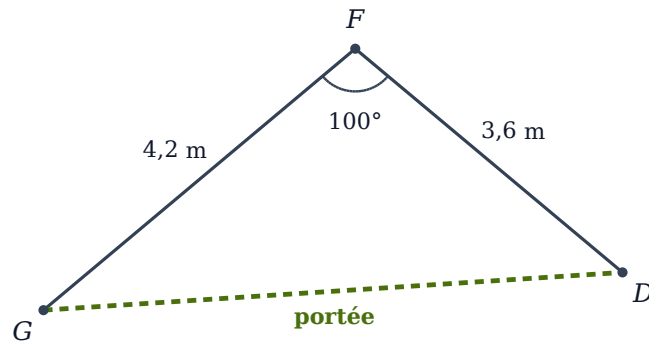
Épaule E , coude K et pince P

Exercice 10 – Régler l'angle du coude

Avec le même bras (40 cm et 30 cm), quel angle de coude faut-il pour que la pince soit exactement à 50 cm de l'épaule ?

Exercice 11 – Une charpente

Deux pans de toiture mesurent 4,2 m et 3,6 m et forment un angle de 100° au faîtage. Calculer la portée (la longueur au sol entre les deux extrémités), au centième.



Les deux pans de la charpente et l'entrait

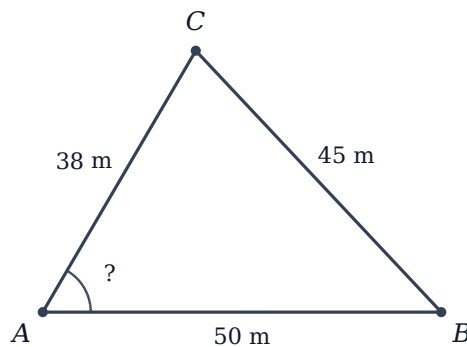
Exercice 12 – Un triangle impossible

Un relevé annonce un triangle de côtés 3 m, 4 m et 9 m. Montrer que ce relevé est erroné, de deux façons.

Exercice 13 – Deux capteurs et une cible

Deux capteurs A et B sont distants de 50 m. Ils repèrent une cible C avec $AC = 38$ m et $BC = 45$ m.

Calculer l'angle $\hat{A}$ au centième de degré.



Les capteurs A et B et la cible C

Exercice 14 – Deux côtés à partir d'un angle commun

Dans un triangle ABC , $AB = 6$, $AC = 6$ et $\hat{A} = 40^\circ$.

- Calculer BC au centième.
- Déterminer les deux autres angles.

Exercice 15 – Comparer deux triangles

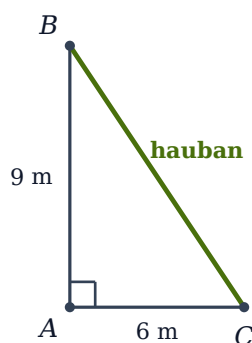
Deux équerres ont chacune des côtés de 20 cm et 15 cm, mais des angles de 60° et 80° entre ces côtés.

Calculer le troisième côté de chacune et commenter.

Exercice 16 – Synthèse : un mât haubané

Un mât vertical est tenu par un hauban. Le pied du mât est en A , le point d'accroche du hauban en B sur le mât, et l'ancrage au sol en C . On mesure $AB = 9$ m (hauteur d'accroche), $AC = 6$ m (distance au sol) et l'angle $\hat{A} = 90^\circ$.

- Calculer la longueur BC du hauban.
- Calculer l'angle $\hat{C}$ entre le hauban et le sol, au centième de degré.
- On déplace l'ancrage à 8 m du pied. Calculer la nouvelle longueur et le nouvel angle.
- Le hauban coûte 14 € le mètre. Chiffrer le surcoût du déplacement.



Le mât $[AB]$ et le hauban $[BC]$