

Plaqueette 1 – Calculs, orthogonalité et travail d'une force

Produit scalaire — Première STI2D

Exercices

Méthode

On calcule un produit scalaire de trois façons (coordonnées, norme et angle, projection), on l'utilise pour tester l'**orthogonalité** et pour trouver un angle, puis on l'applique au **travail d'une force** — l'usage physique du chapitre. Le théorème d'Al-Kashi termine la plaqueette.

Exercice 1 – Produit scalaire en coordonnées

Calculer $\vec{u} \cdot \vec{v}$ dans chaque cas.

- a) $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$
- b) $\vec{u} \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$
- c) $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \end{pmatrix}$

Exercice 2 – Tester l'orthogonalité

Les vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} 6 \\ -4 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ sont-ils orthogonaux ? Même question pour $\vec{u}$ et $\vec{w} \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$.

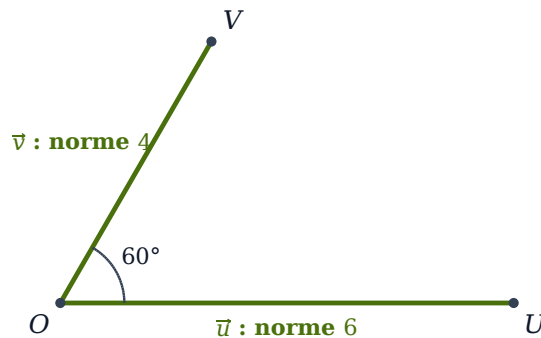
Exercice 3 – Norme d'un vecteur

Calculer la norme de $\vec{u} \begin{pmatrix} 5 \\ 12 \end{pmatrix}$, puis de $\vec{v} \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$.

Exercice 4 – Produit scalaire avec l'angle

Deux vecteurs ont pour normes $\|\vec{u}\| = 6$ et $\|\vec{v}\| = 4$, et forment un angle de 60° .

- a) Calculer $\vec{u} \cdot \vec{v}$.
- b) Même question pour un angle de 90° , puis de 180° .



Deux vecteurs formant un angle de 60°

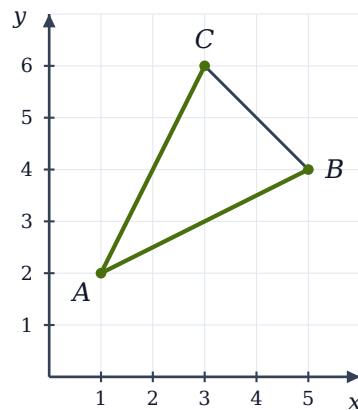
Exercice 5 – Calculer un angle

Soit $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$. Calculer l'angle entre ces deux vecteurs, arrondi au dixième de degré.

Exercice 6 – Produit scalaire dans un triangle

Soit $A(1; 2)$, $B(5; 4)$ et $C(3; 6)$.

- Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.
- Le triangle est-il rectangle en A ?



Le triangle ABC

Exercice 7 – Déterminer un vecteur orthogonal

Soit $\vec{u} \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$.

- Déterminer un vecteur $\vec{v}$ orthogonal à $\vec{u}$.
- Combien y a-t-il de vecteurs orthogonaux à $\vec{u}$?

Exercice 8 – Travail d'une force colinéaire

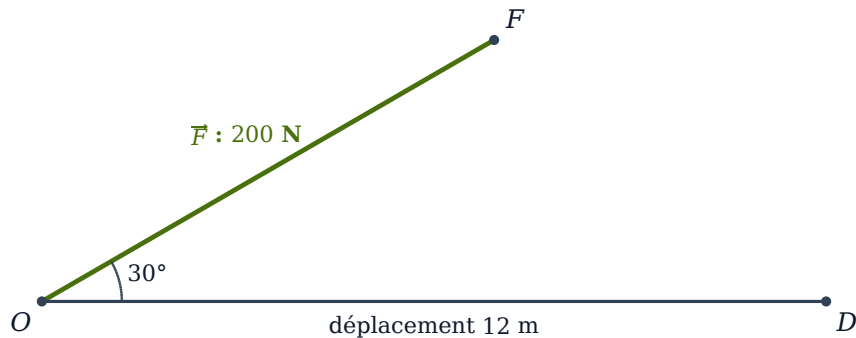
Un chariot est tiré sur 20 m par une force horizontale de 150 N, dans le sens du déplacement.

Calculer le travail de la force.

Exercice 9 – Travail d'une force inclinée

Une caisse est tirée sur 12 m par une force de 200 N dont la direction fait un angle de 30° avec l'horizontale (le déplacement est horizontal).

Calculer le travail de cette force, arrondi au joule.



La force est inclinée de 30° sur le déplacement

Exercice 10 – Force perpendiculaire au déplacement

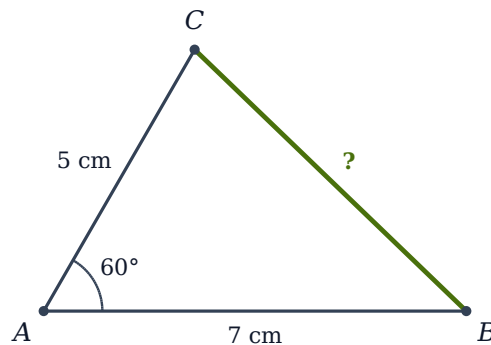
Une charge de poids 800 N est déplacée horizontalement sur 5 m.

- Calculer le travail du poids.
- Interpréter le résultat.

Exercice 11 – Théorème d'Al-Kashi

Dans un triangle ABC , on donne $AB = 7$ cm, $AC = 5$ cm et $\hat{A} = 60^\circ$.

Calculer BC (valeur exacte puis arrondie au millimètre).

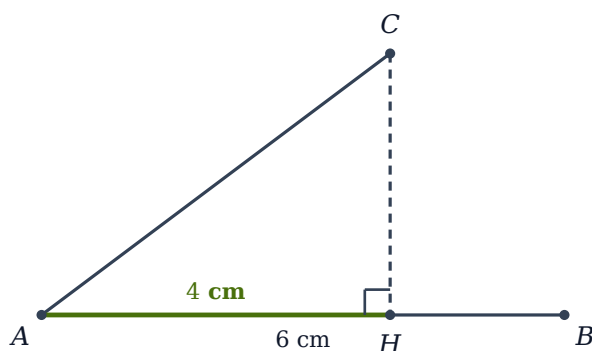


Deux côtés et l'angle compris

Exercice 12 – Avec le projeté orthogonal

Sur la figure, H est le projeté orthogonal de C sur la droite (AB) , avec $AB = 6$ cm et $AH = 4$ cm.

Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$, puis dire ce qui changerait si H était de l'autre côté de A .



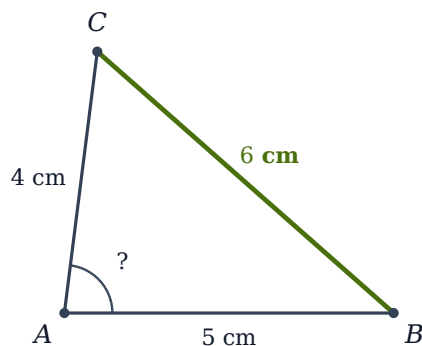
H est le projeté orthogonal de C sur (AB)

Exercice 13 – Distance entre deux points

Soit $A(-1 ; 2)$ et $B(5 ; 10)$. Calculer la distance AB , puis le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB}$.

Exercice 14 – Un angle avec Al-Kashi

Une pièce triangulaire a pour côtés 4 cm, 5 cm et 6 cm. Calculer, au dixième de degré, l'angle opposé au plus grand côté. Le triangle est-il rectangle ?

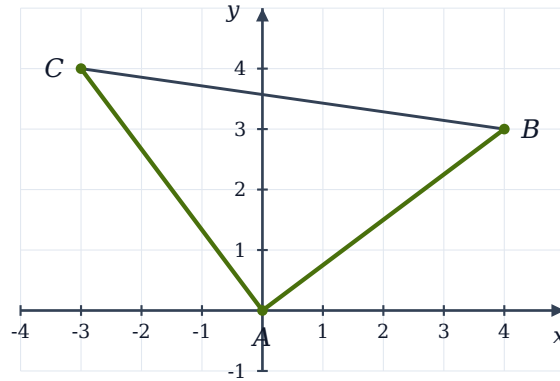


L'angle cherché est en A, face au côté de 6 cm

Exercice 15 – Synthèse : nature d'un triangle

Soit $A(0; 0)$, $B(4; 3)$ et $C(-3; 4)$.

- Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.
- En déduire la nature du triangle ABC .
- Calculer son aire.



Le triangle ABC