

Plaquette 3 – Normes, angles et projection

Produit scalaire — Première STI2D

Exercices

Méthode

Le produit scalaire a une **seconde** expression, avec les normes et le cosinus de l'angle. En confrontant les deux, on obtient l'angle entre deux vecteurs — donc entre deux droites, deux forces, deux directions d'un mécanisme.

Exercice 1 – Un angle de 45°

Calculer l'angle entre $\vec{u}\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Exercice 2 – Angle avec l'axe des abscisses

Calculer l'angle entre $\vec{u}\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ et le vecteur $\vec{i}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, au centième de degré.

Exercice 3 – Un angle droit

Calculer l'angle entre $\vec{u}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Exercice 4 – Un angle obtus

Calculer l'angle entre $\vec{u}\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, au centième de degré.

Exercice 5 – Utiliser les normes et l'angle

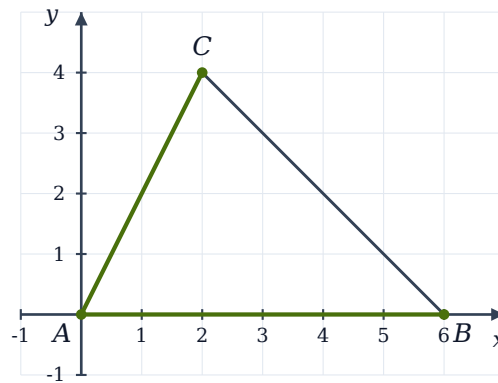
Deux vecteurs ont pour normes 5 et 7, et forment un angle de 60°. Calculer leur produit scalaire.

Exercice 6 – Retrouver l'angle à partir des normes

Deux vecteurs de normes 6 et 4 ont pour produit scalaire -12 . Déterminer l'angle qu'ils forment.

Exercice 7 – Un angle dans un triangle

On donne $A(0; 0)$, $B(6; 0)$ et $C(2; 4)$. Calculer l'angle $\hat{A}$ au centième de degré.

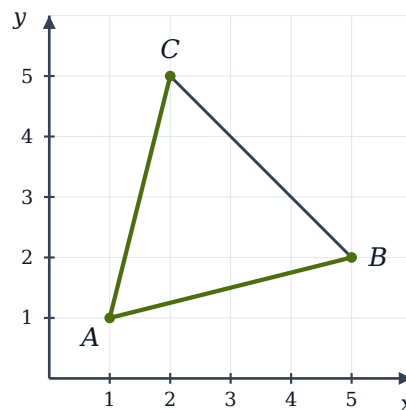


L'angle $\hat{A}$ du triangle ABC

Exercice 8 – Un triangle isocèle

On donne $A(1; 1)$, $B(5; 2)$ et $C(2; 5)$.

- Montrer que le triangle est isocèle en A.
- Calculer l'angle $\hat{A}$ au centième de degré.



Le triangle ABC

Exercice 9 – Distance entre deux points

Calculer la distance AB pour $A(2; -1)$ et $B(7; 11)$.

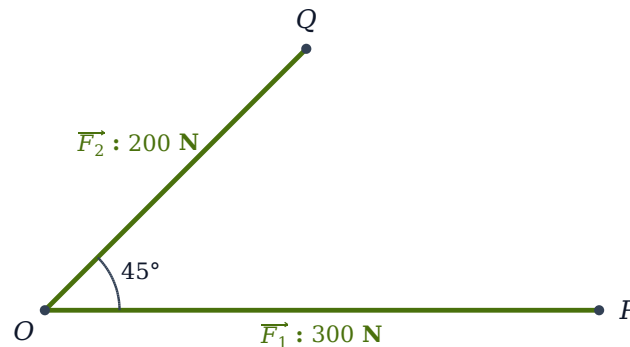
Exercice 10 – Norme d'une somme

Deux vecteurs ont pour normes 3 et 5, et leur produit scalaire vaut 6. Calculer $\|\vec{u} + \vec{v}\|$.

Exercice 11 – Deux forces

Deux forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ ont pour intensités 300 N et 200 N, et forment un angle de 45° .

- Calculer $\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2$.
- Calculer l'intensité de la résultante $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$.

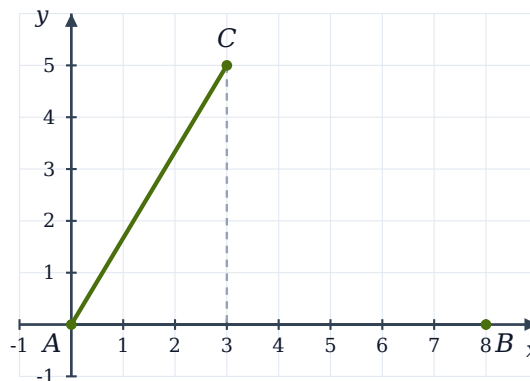


Deux forces appliquées au même point

Exercice 12 – Projection orthogonale

Dans un repère orthonormé, $A(0; 0)$, $B(8; 0)$ et $C(3; 5)$. Soit H le projeté orthogonal de C sur (AB) .

- Donner les coordonnées de H .
- Vérifier que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AH}$.



C et sa projection sur la droite (AB)

Exercice 13 – Angle entre deux directions

Deux glissières d'une machine sont portées par les vecteurs directeurs $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Calculer l'angle entre ces deux directions, au centième de degré.

Exercice 14 – Un cosinus impossible

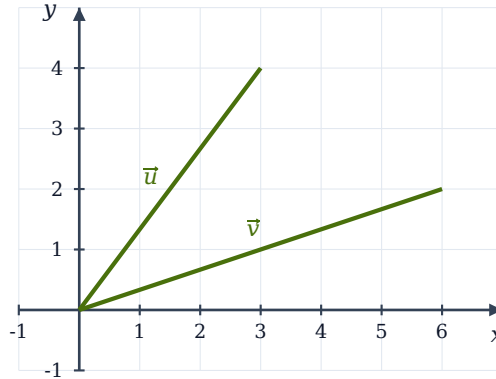
Un élève trouve $\cos \theta = 1,25$ pour deux vecteurs de normes 4 et 5 avec un produit scalaire de 25.

Expliquer où est l'erreur.

Exercice 15 – Deux câbles de levage

Deux câbles partent du même point et sont dirigés par $\vec{u}\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$ (en mètres).

- Calculer la longueur de chaque câble.
- Calculer l'angle qu'ils forment, au centième de degré.

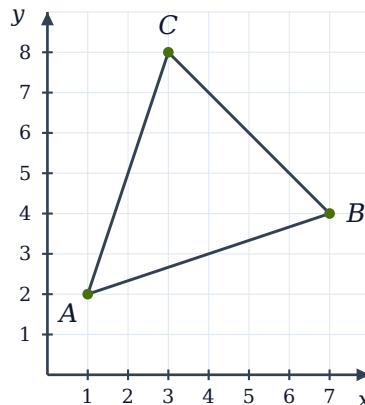


Les deux câbles, issus du même point (unité : le mètre)

Exercice 16 – Synthèse : un triangle complet

On donne $A(1 ; 2)$, $B(7 ; 4)$ et $C(3 ; 8)$.

- Calculer les trois longueurs AB , AC et BC .
- Calculer l'angle $\hat{A}$ au centième de degré.
- Le triangle est-il rectangle ?
- Calculer le périmètre, arrondi au centième.



Le triangle ABC