

Plaquette 1 - Arbres, épreuves de Bernoulli et comptage des chemins

Répétition d'épreuves indépendantes — Première STI2D

Exercices

Méthode

On répète une même épreuve à deux issues (succès / échec) au plus **quatre fois**, et on raisonne exclusivement sur l'**arbre** : probabilité d'un chemin (produit), probabilité d'un événement (somme des chemins), comptage des chemins à la main. Aucun coefficient binomial n'est utilisé : tout se lit sur l'arbre.

Exercice 1 - Reconnaître une épreuve de Bernoulli

Dans chaque cas, dire s'il s'agit d'une épreuve de Bernoulli et préciser le succès et sa probabilité.

- On prélève une pièce dans une production comportant 3 % de pièces défectueuses.
- On lance un dé et on note le résultat.
- On lance un dé et on regarde si l'on obtient un 6.

Exercice 2 - Deux épreuves : arbre complet

On prélève successivement, et de façon indépendante, deux pièces dans une production comportant 10 % de pièces défectueuses. On note D « défectueuse » et C « conforme ».

- Lister les quatre chemins de l'arbre avec leur probabilité.
- Vérifier que la somme des probabilités vaut 1.

Exercice 3 - Exactement un succès

Avec les données de l'exercice précédent (deux prélèvements, 10 % de défauts), calculer la probabilité d'obtenir **exactement une** pièce défectueuse.

Exercice 4 - Trois épreuves

On répète trois fois une épreuve de Bernoulli de probabilité de succès $p = 0,2$.

- Combien l'arbre comporte-t-il de chemins ?
- Calculer la probabilité de 3 succès.
- Calculer la probabilité d'exactly 1 succès.

Exercice 5 - Au moins un succès

Un composant a une probabilité 0,15 de tomber en panne. On en installe 4, de façon indépendante.

Calculer la probabilité qu'**au moins un** tombe en panne.

Exercice 6 – Quatre épreuves : comptage des chemins

On répète 4 fois une épreuve de Bernoulli de probabilité de succès $p = 0,5$.

- a) Combien de chemins comporte l'arbre ?
- b) Combien de chemins donnent exactement 2 succès ?
- c) En déduire $P(\text{exactement 2 succès})$.

Exercice 7 – Loi complète sur trois épreuves

On répète 3 fois une épreuve de Bernoulli avec $p = 0,4$. Donner la probabilité d'obtenir 0, 1, 2 puis 3 succès, et vérifier la somme.

Exercice 8 – Au plus un succès

On répète 4 fois une épreuve avec $p = 0,1$. Calculer la probabilité d'obtenir **au plus un** succès (arrondi au millième).

Exercice 9 – Problème : contrôle de quatre pièces

Une production comporte 8 % de pièces défectueuses. On prélève 4 pièces au hasard, de façon indépendante.

- a) Calculer la probabilité qu'aucune ne soit défectueuse (arrondi au millième).
- b) Calculer la probabilité qu'exactly une soit défectueuse.
- c) Le lot est refusé s'il contient au moins deux pièces défectueuses. Calculer la probabilité de refus.

Exercice 10 – Problème : redondance d'un système

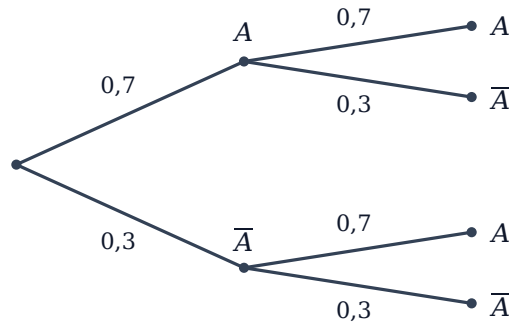
Un système comporte 3 capteurs identiques et indépendants. Chaque capteur fonctionne correctement avec la probabilité 0,9. Le système fonctionne si **au moins deux** capteurs fonctionnent.

Calculer la probabilité que le système fonctionne.

Exercice 11 - Lire un arbre de deux tirs

Un archer tire deux flèches ; chaque tir atteint la cible (A) avec la probabilité 0,7, indépendamment de l'autre. L'arbre de l'expérience est donné ci-dessous.

- Calculer la probabilité que les deux tirs atteignent la cible.
- Calculer la probabilité qu'exactly un tir atteigne la cible.
- Calculer la probabilité qu'au moins un tir atteigne la cible, de deux façons.



Deux tirs indépendants

Exercice 12 - Quatre lancers d'une pièce truquée

On lance quatre fois une pièce truquée qui tombe sur pile avec la probabilité 0,6. On note le nombre de piles obtenus.

- Combien l'arbre compte-t-il de chemins ? Combien comportent exactement 2 piles ?
- Donner la probabilité d'obtenir 0, 1, 2, 3 puis 4 piles.
- Quel est le nombre de piles le plus probable ?

Exercice 13 - Avec ou sans remise : est-ce une répétition ?

Une urne contient 3 boules rouges et 2 vertes. On tire deux boules, et le succès est « tirer une boule rouge ».

- Les tirages se font **avec remise**. S'agit-il d'une répétition de deux épreuves de Bernoulli identiques et indépendantes ? Calculer la probabilité de tirer deux rouges.
- Même question **sans remise**.

Exercice 14 - Au moins deux sur trois

Un opérateur réussit un réglage du premier coup avec la probabilité 0,3. Il effectue trois réglages indépendants.

- Calculer la probabilité d'exactly deux réussites.
- Calculer la probabilité d'au moins deux réussites.
- Calculer la probabilité d'au plus une réussite.

Exercice 15 - Synthèse : deux stratégies de tirage

Un jeu consiste à lancer 4 fois une pièce équilibrée. On gagne si l'on obtient **au moins trois** fois « face ».

- a) Calculer la probabilité de gagner.
- b) Si l'on gagnait avec « au moins deux fois face », quelle serait la probabilité ?
- c) Comparer et commenter.