

Plaquette 3 – Quatre épreuves et comptage des chemins

Répétition d'épreuves indépendantes — Première STI2D

Exercices

Méthode

Avec quatre épreuves, l'arbre compte seize chemins : trop pour les écrire un par un, assez peu pour les **compter**. Toute la difficulté se ramène à une ligne de nombres : 1 ; 4 ; 6 ; 4 ; 1.

Exercice 1 – Compter les chemins

On répète quatre fois une épreuve de Bernoulli.

- Combien l'arbre compte-t-il de chemins ?
- Combien réalisent exactement deux succès ?

Exercice 2 – Construire la ligne

On connaît la ligne 1 ; 3 ; 3 ; 1 pour trois épreuves.

- En déduire celle de quatre épreuves.
- Puis celle de cinq, à titre de contrôle.

Exercice 3 – Loi complète sur quatre prélèvements

Une production comporte 20 % de pièces défectueuses. On en prélève quatre indépendamment.

Donner la probabilité d'obtenir 0, 1, 2, 3 puis 4 défauts.

Exercice 4 – Au moins un défaut

Une production comporte 10 % de défauts. On prélève quatre pièces.

- Calculer la probabilité d'au moins un défaut.
- Comparer avec trois prélèvements.

Exercice 5 – Exactement deux succès

Avec $p = 0,25$ et quatre épreuves, calculer la probabilité d'exactly deux succès.

Exercice 6 – Une loi symétrique

Un test a une chance sur deux de réussir, répété quatre fois.

- Donner la loi complète.
- Quelle est la probabilité d'obtenir autant de succès que d'échecs ?

Exercice 7 - Quatre pièces contrôlées

Une ligne produit 5 % de pièces défectueuses. On en contrôle quatre.

- a) Probabilité qu'aucune ne soit défectueuse.
- b) Probabilité qu'au moins une le soit.

Exercice 8 - Oublier le facteur 6

Un élève calcule la probabilité d'exactly deux défauts sur quatre prélèvements, avec $p = 0,2$, et écrit $4 \times 0,04 \times 0,64 = 0,1024$. Corriger.

Exercice 9 - Au plus un défaut

Avec $p = 0,2$ et quatre prélèvements :

- a) Calculer la probabilité d'au plus un défaut.
- b) En déduire celle d'au moins deux.

Exercice 10 - Quatre capteurs

Quatre capteurs identiques de fiabilité 0,9 sont montés en redondance. Le système fonctionne si **au moins trois** capteurs marchent.

Calculer la probabilité de bon fonctionnement.

Exercice 11 - Lister les chemins

Sur quatre épreuves, écrire les six chemins réalisant exactement deux succès, en notant S un succès et E un échec.

Exercice 12 - Acceptation d'un lot

Un lot est accepté si, sur quatre pièces prélevées, **au plus une** est défectueuse. Le taux réel est de 30 %.

- a) Calculer la probabilité d'acceptation.
- b) Le plan protège-t-il le client ?

Exercice 13 - Comparer trois et quatre épreuves

Avec $p = 0,2$:

- a) Comparer la probabilité d'exactly un succès sur trois puis sur quatre épreuves.
- b) Expliquer.

Exercice 14 - Deux succès au moins

Un opérateur réussit un réglage dans 30 % des cas. Il dispose de quatre essais.

- a) Probabilité d'au moins deux réussites.
- b) Probabilité d'aucune réussite.

Exercice 15 - Le nombre de chemins ne dépend pas de p

Un élève affirme : « comme $p = 0,9$ est grand, il y a plus de chemins à trois succès qu'à un succès ». Discuter.

Exercice 16 - Synthèse : quatre contrôles

Un défaut échappe à un contrôle avec la probabilité 0,3. On applique quatre contrôles indépendants.

- a) Probabilité que le défaut passe les quatre.
- b) Probabilité qu'il soit détecté au moins une fois.
- c) Combien de contrôles pour que ce risque tombe sous 1 % ?