

MATHÉMATIQUES

Répétition d'épreuves indépendantes

Première STI2D

Épreuve de Bernoulli • Succès • Échec • Épreuves indépendantes
Arbre de probabilités • $n \leq 4$ • Événement contraire • « Au moins un »

Repères du programme

Ce cours suit le **programme de mathématiques du tronc commun de la voie technologique, classe de première** (arrêté du 26 février 2026, BO du 2 avril 2026, rentrée 2026), partie « Statistiques et probabilités », section « Modèle associé à une expérience aléatoire à plusieurs épreuves indépendantes ». Il couvre :

- épreuve de Bernoulli : succès, échec, paramètre p ;
- probabilité associée à la répétition d'épreuves de Bernoulli identiques et indépendantes ;
- représentation par un arbre de probabilités pour $n \leq 4$ et calcul de probabilités.

La loi binomiale et les coefficients binomiaux sont étudiés en terminale.

Objectif : modéliser la répétition de quelques épreuves de Bernoulli identiques et indépendantes par un arbre, et calculer la probabilité d'un nombre donné de succès.

Table des matières

1	Épreuve de Bernoulli	3
2	Répéter des épreuves indépendantes	3
3	« Au moins un » : l'événement contraire	4
4	Erreurs classiques	4
5	Fiche de synthèse	5
6	Exercices d'application	5
7	Corrigés des exercices	5

1. Épreuve de Bernoulli

Épreuve de Bernoulli

Une **épreuve de Bernoulli** de paramètre p est une expérience aléatoire à deux issues : le **succès** S , de probabilité p , et l'**échec** $\bar{S}$, de probabilité $1 - p$.

- On contrôle une pièce : « défectueuse » (succès, $p = 0,1$) ou « conforme ».
- On répond au hasard à une question à trois choix : « bonne réponse » ($p = \frac{1}{3}$) ou non.
- Un panneau solaire produit plus de 3 kWh dans la journée ($p = 0,7$) ou non.

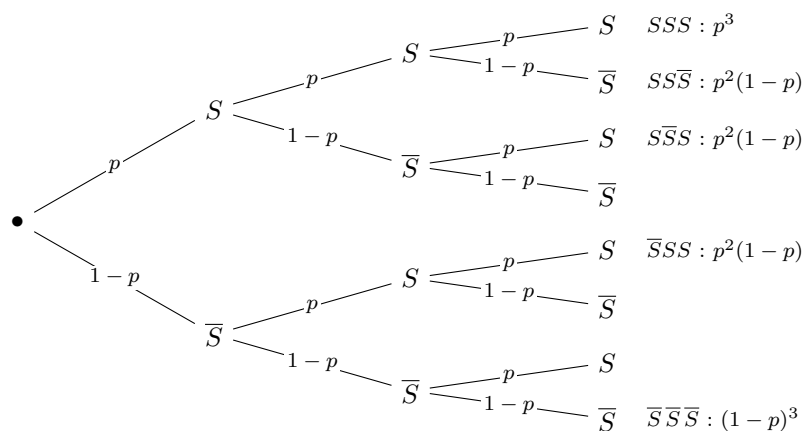
Le mot « succès » désigne simplement l'issue que l'on étudie, même si c'est un défaut.

2. Répéter des épreuves indépendantes

Arbre et produit

On répète n fois ($n \leq 4$) la même épreuve de Bernoulli, de façon **indépendante** : le résultat d'une épreuve n'influence pas les autres. Sur l'arbre, chaque nœud porte les mêmes branches p et $1 - p$. Il y a 2^n chemins, et un chemin comportant k succès et $n - k$ échecs a pour probabilité

$$p^k(1 - p)^{n-k}$$



Trois épreuves de Bernoulli indépendantes : 8 chemins, dont 3 avec exactement deux succès.

Probabilité de « exactement k succès »

On repère sur l'arbre les chemins qui comportent exactement k succès ; ils ont tous la même probabilité $p^k(1 - p)^{n-k}$; on multiplie cette probabilité par le nombre de chemins.

Contrôle de trois pièces

Une machine produit une pièce défectueuse avec la probabilité $p = 0,1$, indépendamment des autres. On contrôle 3 pièces.

- Aucune défectueuse : $0,9^3 = 0,729$.
- Exactement une : trois chemins ($\overline{S}\overline{S}\overline{S}$, $\overline{S}\overline{S}S$, $\overline{S}S\overline{S}$), d'où $3 \times 0,1 \times 0,9^2 = 0,243$.
- Exactement deux : $3 \times 0,1^2 \times 0,9 = 0,027$; les trois : $0,1^3 = 0,001$.
- Contrôle : $0,729 + 0,243 + 0,027 + 0,001 = 1$.

3. « Au moins un » : l'événement contraire**Passer par le contraire**

Le contraire de « au moins un succès » est « aucun succès », de probabilité $(1 - p)^n$:

$$P(\text{au moins un succès}) = 1 - (1 - p)^n$$

Pour les trois pièces : $P(\text{au moins une défectueuse}) = 1 - 0,729 = 0,271$.

QCM à quatre questions

Un élève répond au hasard aux 4 questions d'un QCM; chaque question a trois réponses dont une seule juste ($p = \frac{1}{3}$).

- Tout juste : $(\frac{1}{3})^4 = \frac{1}{81} \approx 0,012$.
- Au moins une bonne réponse : $1 - (\frac{2}{3})^4 = 1 - \frac{16}{81} = \frac{65}{81} \approx 0,80$.
- Exactement deux bonnes réponses : il y a 6 chemins ($SS\overline{S}\overline{S}$, $S\overline{S}S\overline{S}$, $S\overline{S}\overline{S}S$, $\overline{S}SS\overline{S}$, $\overline{S}S\overline{S}S$, $\overline{S}\overline{S}SS$), d'où $6 \times \frac{1}{9} \times \frac{4}{9} = \frac{24}{81} \approx 0,30$.

Nombre de chemins pour $n = 4$

En listant les 16 chemins, on compte 1, 4, 6, 4, 1 chemins comportant 0, 1, 2, 3, 4 succès.

4. Erreurs classiques**À éviter**

- Oublier de multiplier par le nombre de chemins : « exactement un succès » n'est pas $p(1 - p)^{n-1}$ seul.
- Calculer « au moins un » chemin par chemin au lieu de passer par le contraire.
- Utiliser ce modèle quand les épreuves ne sont pas indépendantes (tirages sans remise dans un petit lot).
- Additionner les probabilités le long d'un chemin au lieu de les multiplier.

5. Fiche de synthèse

Bernoulli	deux issues : succès (p), échec ($1 - p$)
Répétition	n épreuves identiques et indépendantes ; arbre à 2^n chemins
Un chemin	k succès : $p^k(1 - p)^{n-k}$
Exactement k	nombre de chemins $\times p^k(1 - p)^{n-k}$
Au moins un	$1 - (1 - p)^n$

6. Exercices d'application

Exercice 1 – Deux épreuves

On répète deux fois une épreuve de Bernoulli de paramètre 0,6. Calculer la probabilité d'obtenir deux succès, exactement un succès, aucun succès.

Exercice 2 – Quatre pièces

Une machine produit une pièce défectueuse avec la probabilité 0,2, indépendamment. On prélève 4 pièces. Calculer la probabilité qu'aucune ne soit défectueuse, puis qu'au moins une le soit, puis qu'exactly une le soit.

Exercice 3 – Feux de circulation

Sur un trajet, un automobiliste rencontre trois feux indépendants, chacun vert avec la probabilité 0,5. Quelle est la probabilité de rencontrer exactement deux feux verts ?

7. Corrigés des exercices

Corrigé de l'exercice 1

Corrigé. Deux succès : $0,6^2 = 0,36$. Exactement un : $2 \times 0,6 \times 0,4 = 0,48$. Aucun : $0,4^2 = 0,16$. Total : 1.

Corrigé de l'exercice 2

Corrigé. Aucune : $0,8^4 = 0,4096$. Au moins une : $1 - 0,4096 = 0,5904$. Exactement une : 4 chemins, $4 \times 0,2 \times 0,8^3 = 0,4096$.

Corrigé de l'exercice 3

Corrigé. Trois chemins avec deux verts, chacun de probabilité $0,5^3 = 0,125$: $P = 3 \times 0,125 = 0,375$.