

Plaquette 4 - Ajustement au jugé, droite de Mayer et moindres carrés

Séries statistiques à deux variables — Première STI2D

Exercices

Méthode

Il existe plusieurs façons de tracer une droite d'ajustement : **au jugé**, par la **méthode de Mayer** à la main, ou par les **moindres carrés** à la calculatrice. On apprend à les construire, à les comparer par leurs résidus, et à juger si un ajustement affine a un sens.

Exercice 1 - Construire la droite de Mayer

x_i	1	2	3	4	5	6
y_i	3	6	6	10	10	13

- Partager le relevé en deux groupes de trois points et calculer le point moyen G_1 des trois premiers, puis G_2 des trois derniers.
- Donner l'équation de la droite de Mayer (G_1G_2).

Exercice 2 - La droite de Mayer passe par G

Avec le relevé de l'exercice précédent et la droite de Mayer $y = 2x + 1$:

- Calculer le point moyen G de tout le nuage.
- Vérifier que la droite de Mayer passe par G . Pourquoi était-ce prévisible ?

Exercice 3 - Un étalonnage par la méthode de Mayer

Pression (bar)	0	1	2	3	4	5
Tension (V)	0,5	1,4	2,0	3,0	3,6	4,5

- Déterminer la droite de Mayer.
- Estimer la tension à 2,5 bar et la pression correspondant à 3 V.

Exercice 4 - Ajustement au jugé

x_i	0	2	4	6	8
y_i	2	6,5	10	14,5	18

Un élève trace au jugé la droite passant par le premier et le dernier point.

- Donner son équation et calculer les résidus.
- Comparer avec la droite de même pente passant par le point moyen.

Exercice 5 - Vérifier les moindres carrés

Pour les points $(0 ; 1)$, $(1 ; 2)$, $(2 ; 4)$ et $(3 ; 5)$, la calculatrice donne la droite des moindres carrés $y = 1,4x + 0,9$.

- Vérifier qu'elle passe par le point moyen.
- Calculer la somme des carrés des résidus pour cette droite et pour $y = 1,5x + 0,75$. Commenter.

Exercice 6 - Contrôler un résultat de calculatrice

Durée (h)	1	2	3	4	5
Énergie (kWh)	12	15	19	21	25

La calculatrice donne $y = 3,2x + 8,8$.

- Contrôler ce résultat à l'aide du point moyen.
- Estimer l'énergie consommée en 3,5 h, puis en 8 h.

Exercice 7 - Un nuage incurvé

Vitesse (km/h)	30	50	70	90	110
Distance de freinage (m)	4,5	12,5	24,5	40,5	60,5

La calculatrice donne la droite $d = 0,7v - 20,5$.

- Calculer les résidus.
- L'ajustement affine est-il pertinent ? Que donne-t-il à 20 km/h ?

Exercice 8 - Mayer ou moindres carrés ?

Pour le relevé de l'exercice 1 (x de 1 à 6, y : 3 ; 6 ; 6 ; 10 ; 10 ; 13), la droite de Mayer est $y = 2x + 1$ et la calculatrice donne $y \approx 1,886x + 1,4$.

- Comparer leurs estimations en $x = 4,5$.
- Calculer la somme des carrés des résidus de la droite de Mayer. La calculatrice indique 3,77 pour l'autre. Commenter.

Exercice 9 - Trier avant de partager

Un relevé est noté dans l'ordre des mesures : $(5 ; 10)$, $(1 ; 3)$, $(4 ; 10)$, $(2 ; 6)$, $(6 ; 13)$, $(3 ; 6)$. Un élève prend les trois premiers points pour former G_1 .

- Quel point G_1 obtient-il ?
- Expliquer l'erreur et donner les bons points G_1 et G_2 .

Exercice 10 - Une valeur aberrante et la droite de Mayer

On reprend le relevé de l'exercice 1, mais la dernière mesure a été notée 30 au lieu de 13.

- Recalculer G_2 et la pente de la droite de Mayer.
- Commenter.

Exercice 11 - Au jugé ou par les moindres carrés

x_i	0	10	20	30	40
y_i	8	14	21	26	33

Un technicien trace au jugé la droite $y = 0,625x + 8$, qui passe par les points extrêmes. La calculatrice donne $y = 0,62x + 8$.

Calculer la somme des carrés des résidus pour chacune et conclure.

Exercice 12 - Interpoler avec une droite de Mayer

Un capteur est étalonné par la droite de Mayer $y = 0,8x + 0,5$ (x en bar, y en volt), établie entre 0 et 5 bar.

- Quelle pression correspond à une tension de 2,9 V ?
- Le capteur affiche 5,3 V. Que peut-on dire ?

Exercice 13 - Une relation de proportionnalité ?

Intensité (A)	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
Tension (V)	2,1	4,0	6,1	7,9	10,0

La calculatrice donne $U = 19,7I + 0,11$.

- Vérifier que la droite passe par le point moyen.
- La loi d'Ohm prévoit $U = RI$. Le relevé la confirme-t-il ? Estimer R .

Exercice 14 - Extrapoler une tendance

Année	1	2	3	4	5
Ventes (unités)	120	135	148	166	180

La calculatrice donne $y = 15,1x + 104,5$.

- Estimer les ventes de l'année 6 puis de l'année 20.
- Quelle confiance accorder à chacune ?

Exercice 15 - Trois droites pour un même nuage

Pour le relevé de l'exercice 1, on compare trois droites : au jugé $y = 2x + 0,5$; de Mayer $y = 2x + 1$; des moindres carrés $y \approx 1,886x + 1,4$ (somme des carrés des résidus : 3,77).

Calculer la somme des carrés des résidus de la droite au jugé, puis classer les trois droites.

Exercice 16 - Synthèse : une sonde de température

Température (°C)	0	10	20	30	40	50
Résistance (Ω)	50,0	53,9	58,1	62,0	66,0	70,0

- a) Déterminer la droite de Mayer.
- b) Vérifier qu'elle passe par le point moyen.
- c) Estimer la résistance à 35 °C, puis la température pour 75 Ω . Commenter.