

Plaquette 1 - Nuage de points, point moyen et ajustement affine

Séries statistiques à deux variables — Première STI2D

Exercices

Méthode

On traite des couples de mesures issues d'un relevé technique : nuage de points, **point moyen**, droite d'ajustement affine (donnée ou obtenue à la calculatrice), puis exploitation pour estimer une valeur. On distingue toujours **interpolation** (fiable) et **extrapolation** (à justifier).

Exercice 1 - Calculer le point moyen

On mesure l'allongement y (en mm) d'un ressort en fonction de la masse suspendue x (en g).

x_i	100	200	300	400	500
y_i	12	25	36	49	63

Calculer les coordonnées du point moyen G .

Exercice 2 - Vérifier qu'une droite passe par G

Pour la série précédente, la droite d'ajustement est $y = 0,126x - 0,8$.

- Vérifier qu'elle passe par le point moyen.
- Interpréter le coefficient 0,126.

Exercice 3 - Estimer par interpolation

Avec la droite $y = 0,126x - 0,8$, estimer l'allongement pour une masse de 250 g, puis de 450 g.

Exercice 4 - Estimation inverse

Toujours avec $y = 0,126x - 0,8$: quelle masse produirait un allongement de 45 mm ?

Exercice 5 - Interpolation ou extrapolation ?

Toujours le même ressort (mesures de 100 g à 500 g).

- Estimer l'allongement pour 1 200 g.
- Cette estimation est-elle fiable ? Justifier physiquement.

Exercice 6 - Point moyen et relevé de température

La résistance y (en ohms) d'une sonde est mesurée à différentes températures x (en °C).

x_i	0	20	40	60	80	100
y_i	100	108	115	124	131	140

- Calculer les coordonnées du point moyen.
- La droite d'ajustement est $y = 0,397x + 99,81$. Estimer la résistance à 50 °C.

Exercice 7 - Interpréter un coefficient directeur

Pour trois relevés différents, les droites d'ajustement sont :

- $y = 2,5x + 14$ (consommation en L/h en fonction de la charge en %) ;
- $y = -0,8x + 96$ (rendement en % en fonction de l'usure en milliers d'heures) ;
- $y = 0,02x + 3$ (allongement en mm en fonction de la force en N).

Interpréter chaque coefficient directeur.

Exercice 8 - Nuage non linéaire

Un relevé donne les couples suivants.

x_i	1	2	3	4	5
y_i	2	4	8	16	32

- Calculer les différences puis les quotients de y successifs.
- Un ajustement affine est-il adapté ?

Exercice 9 - Problème : étalonnage d'un capteur

Un capteur de pression délivre une tension y (en V) en fonction de la pression x (en bars).

x_i	1	2	3	4	5	6
y_i	0,52	0,98	1,51	2,02	2,48	3,01

- Calculer le point moyen.
- La droite d'ajustement est $y = 0,4989x + 0,0073$. Estimer la tension pour 4,5 bars.
- Le capteur doit délivrer au plus 3 V. Quelle pression maximale peut-il mesurer ?

Exercice 10 - Problème : consommation et vitesse

On relève la consommation y (en L/100 km) d'un véhicule à différentes vitesses x (en km/h) : à 70 km/h, 5,2 ; à 90, 5,8 ; à 110, 7,0 ; à 130, 8,6.

- Calculer le point moyen.
- Les écarts entre consommations successives sont-ils constants ? Qu'en déduire sur la pertinence d'un ajustement affine ?

Exercice 11 - Une droite de Mayer

Temps (s)	2	4	6	8
Vitesse (m/s)	5	9	12	16

- Calculer les points moyens G_1 des deux premières mesures et G_2 des deux dernières.
- En déduire l'équation de la droite de Mayer et estimer la vitesse à 5 s.

Exercice 12 - Les résidus d'une droite

Pour les points (1 ; 3), (2 ; 5), (3 ; 6) et (4 ; 8), la calculatrice donne la droite des moindres carrés $y = 1,6x + 1,5$.

- Calculer les quatre résidus.
- Calculer la somme de leurs carrés et commenter.

Exercice 13 - Une droite par le point moyen

Un relevé a pour point moyen $G(4 ; 12)$, et l'ajustement donne une pente de 2,5.

- Donner l'équation de la droite d'ajustement.
- Estimer y pour $x = 6$ et trouver x pour $y = 17$.

Exercice 14 - Un nuage dispersé

Un technicien ajuste une droite sur un relevé et obtient les résidus 2,1 ; -3,4 ; 0,8 ; 3,9 ; -2,7 ; -0,7, pour des mesures comprises entre 10 et 20.

- Calculer la somme des résidus et le plus grand écart en valeur absolue.
- L'ajustement est-il exploitable pour des estimations précises ?

Exercice 15 - Synthèse : relevé de production

La production y (en pièces) d'un atelier est relevée selon le nombre x d'opérateurs.

x_i	2	3	4	5	6
y_i	180	265	340	430	505

- Calculer le point moyen.
- La droite d'ajustement est $y = 81,5x + 18$. Vérifier qu'elle passe par G .
- Estimer la production avec 7 opérateurs, puis commenter la validité de cette estimation.