

Plaquette 5 – Modéliser une situation technique

Suites numériques — Première STI2D

Exercices

Méthode

Le vrai travail commence avant le calcul : **choisir le modèle**. Une quantité fixe donne une arithmétique, un pourcentage une géométrique, et la combinaison des deux — pertes plus apports — un modèle **mixte**.

Exercice 1 - Choisir le modèle

Traduire chaque situation par une relation de récurrence.

- a) Une cuve perd 5 % par heure et reçoit 200 L.
- b) Un compteur avance de 80 unités par cycle.
- c) Une amplitude est divisée par 1,6 à chaque oscillation.

Exercice 2 - Une dilution successive

Une solution de 120 g/L est diluée : à chaque étape, on ne garde qu'un quart de la concentration.

- a) Exprimer c_n .
- b) Calculer c_3 et c_5 .
- c) La concentration s'annule-t-elle ?

Exercice 3 - Amortissement de vibrations

Une amplitude de 48 mm est réduite de 40 % à chaque oscillation.

- a) Exprimer a_n .
- b) Calculer a_3 .
- c) Après combien d'oscillations passe-t-on sous 5 mm ?

Exercice 4 - Une concentration qui se stabilise

Un réservoir reçoit 300 mg d'additif par cycle et en élimine 60 % :

$$d_{n+1} = 0,4 d_n + 300, \text{ avec } d_0 = 0.$$

- a) Calculer d_1 , d_2 et d_3 .
- b) Calculer d_4 et d_5 . Vers quelle valeur la dose semble-t-elle se stabiliser ? Vérifier que cette valeur est stable.

Exercice 5 - Un stock à piloter

Un stock de 2000 pièces perd 20 % par semaine et reçoit 150 pièces :

$$s_{n+1} = 0,8 s_n + 150.$$

- a) Calculer s_1 et s_2 .
- b) Vérifier qu'un stock de 750 pièces resterait inchangé d'une semaine à l'autre.
- c) Après combien de semaines passe-t-on sous 1000 ?

Exercice 6 - Un parc de composants

Un parc de 5000 composants perd 12 % par an et est complété de 900 unités :

$$p_{n+1} = 0,88 p_n + 900.$$

- Calculer p_1 et p_2 .
- Vérifier qu'un parc de 7 500 composants resterait stable.
- Le parc croît-il ou décroît-il ?

Exercice 7 - Une cadence avec pertes

Une cadence de 600 pièces perd 10 % par usure et gagne 80 pièces par réglage :

$$c_{n+1} = 0,9 c_n + 80.$$

- Calculer c_1 , c_2 et c_3 .
- Vérifier qu'une cadence de 800 pièces resterait stable.

Exercice 8 - Ni arithmétique ni géométrique

Un stock suit $s_{n+1} = 0,8 s_n + 150$, avec $s_0 = 2000$.

- Calculer s_1 , s_2 et s_3 .
- La suite (s_n) est-elle arithmétique ?
- Est-elle géométrique ?

Exercice 9 - Un budget de maintenance

Un budget de 12 000 € croît de 4 % par an mais est ponctionné de 2000 € :

$$b_{n+1} = 1,04 b_n - 2000.$$

- Calculer b_1 et b_2 .
- Au bout de combien d'années le budget est-il épuisé ?
- Quelle ponction annuelle laisserait le budget constant ?

Exercice 10 - Dimensionner un apport

Un bassin perd 15 % de son volume par jour. On veut que son volume reste constant à 9000 L.

- Quel apport quotidien faut-il ?
- Vérifier, puis observer ce qui se passe si le bassin contient plus ou moins de 9000 L.

Exercice 11 - Repérer une erreur

Un élève écrit : « $u_{n+1} = 0,9 u_n + 80$ est géométrique de raison 0,9, donc elle tend vers 0 ». Corriger.

Exercice 12 - Comparer deux dispositifs

Dispositif A : perte de 20 %, apport de 150. Dispositif B : perte de 10 %, apport de 90.

- Pour chaque dispositif, déterminer le niveau x qui reste stable d'une étape à l'autre.

b) Lequel maintient le niveau le plus élevé ?

Exercice 13 - Un seuil à atteindre

Avec $p_{n+1} = 0,88 p_n + 900$ et $p_0 = 5000$, au bout de combien d'années dépasse-t-on 6500 composants ?

Exercice 14 - Modéliser un refroidissement

Une pièce à 85 °C refroidit dans un local à 20 °C. À chaque minute, l'écart à la température ambiante diminue de 15 %.

- a) Écrire la relation sur l'écart e_n .
- b) En déduire la relation sur T_n .
- c) Calculer T_1 et T_5 .

Exercice 15 - Choisir un dimensionnement

Un filtre retient 75 % des particules à chaque passage. On veut retenir au moins 99,9 % au total.

- a) Combien de passages faut-il ?
- b) Que reste-t-il alors ?

Exercice 16 - Synthèse : une régulation

Un système suit $u_{n+1} = 0,75 u_n + 120$, avec $u_0 = 800$.

- a) Calculer u_1 , u_2 et u_3 .
- b) Vérifier que la valeur 480 est stable.
- c) La suite est-elle arithmétique ? géométrique ?
- d) Au bout de combien d'étapes passe-t-on sous 500 ?