

Plaquette 3 - Résoudre $\cos x = a$ et $\sin x = a$

Trigonométrie — Première STI2D

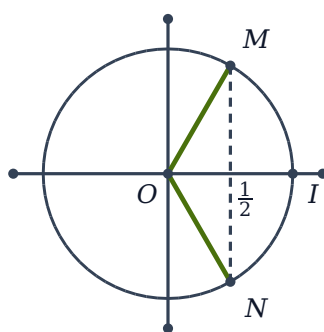
Exercices

Méthode

Résoudre une équation trigonométrique, c'est **lire le cercle**, pas appliquer une formule : on repère la valeur remarquable, puis on cherche **tous** les points du cercle qui la donnent — il y en a presque toujours deux par tour.

Exercice 1 - Une première équation

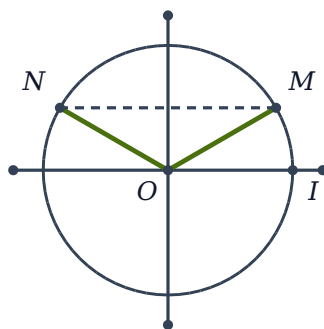
Résoudre $\cos x = \frac{1}{2}$ sur $[0 ; 2\pi[$.



Les deux points d'abscisse $\frac{1}{2}$

Exercice 2 - Avec un sinus

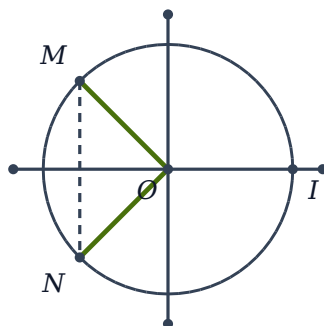
Résoudre $\sin x = \frac{1}{2}$ sur $[0 ; 2\pi[$.



Les deux points d'ordonnée $\frac{1}{2}$

Exercice 3 - Un cosinus négatif

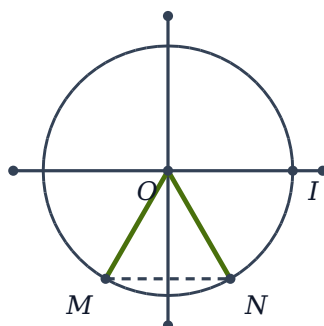
Résoudre $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ sur $[0; 2\pi[$.



Les deux points d'abscisse $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

Exercice 4 - Un sinus négatif

Résoudre $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ sur $[0; 2\pi[$.



Les deux points d'ordonnée $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

Exercice 5 - Les cas particuliers

Résoudre sur $[0; 2\pi[$: $\cos x = 0$, puis $\sin x = -1$, puis $\cos x = 1$.

Exercice 6 - Changer d'intervalle

On considère les points du cercle trigonométrique dont l'abscisse vaut $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Combien y en a-t-il ? Donner la mesure principale, dans $] -\pi; \pi]$, du réel associé à chacun d'eux.

Exercice 7 - Isoler d'abord

Soit $E(x) = 2 \cos x - 1$.

- a) Calculer $E(0)$ et $E(\pi)$.
- b) Déterminer les réels x de $[0; 2\pi[$ pour lesquels $E(x) = 0$.

Exercice 8 - Une équation sans solution

Un élève affirme : « l'équation $3 \sin x = 4$ a deux solutions dans $[0; 2\pi[$, comme toutes les équations en sinus ».

- a) A-t-il raison ? Justifier.
- b) Pour quelles valeurs du réel a l'équation $3 \sin x = a$ a-t-elle au moins une solution ?

Exercice 9 - Deux solutions par symétrie

Sachant que $\cos x_0 = 0,28$ pour un certain $x_0 \approx 1,287$ rad, donner les deux solutions de $\cos x = 0,28$ sur $[0; 2\pi[$.

Exercice 10 - Une équation en $2x$

On cherche les réels x de $[0; \pi]$ tels que $\cos(2x) = \frac{1}{2}$. On pose $X = 2x$.

- a) Quand x décrit $[0; \pi]$, quel intervalle X décrit-il ?
- b) Résoudre $\cos X = \frac{1}{2}$ sur cet intervalle, puis en déduire les valeurs de x .

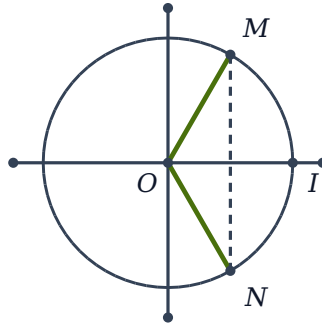
Exercice 11 - Les maximums d'un sinus en $2x$

La fonction $x \mapsto \sin(2x)$ atteint la valeur 1, son maximum, en plusieurs points. Déterminer tous ceux de l'intervalle $[0; 2\pi[$.

Exercice 12 - Une inéquation lue sur le cercle

Sur la figure, M et N sont les deux points du cercle d'abscisse $\frac{1}{2}$.

Décrire l'arc formé par les points du cercle dont l'abscisse est **au moins** $\frac{1}{2}$, puis en déduire les réels x de $]-\pi; \pi]$ tels que $\cos x \geq \frac{1}{2}$.



L'arc des points d'abscisse au moins $\frac{1}{2}$ est à droite de $[MN]$

Exercice 13 - Quand un signal atteint zéro

Une tension vaut $u(t) = 24 \cos(50\pi t)$ (en volts, t en secondes).

- Calculer la période.
- Déterminer les instants de la première période où $u(t) = 0$.

Exercice 14 - Quand un signal est maximal

Avec $u(t) = 24 \cos(50\pi t)$, déterminer les instants de la première période où $u(t) = -24$, puis où $u(t) = 24$.

Exercice 15 - Retrouver un angle dans un triangle

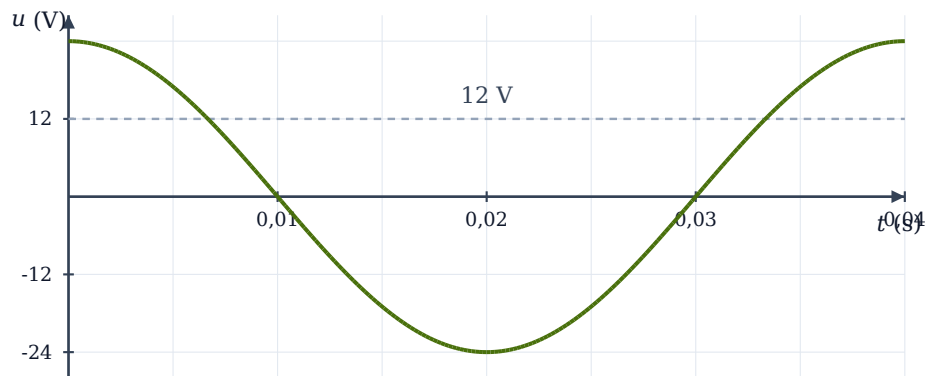
Dans un mécanisme, une bielle fait un angle θ avec l'horizontale et $\cos \theta = 0,5$, avec $0 \leq \theta \leq \pi$.

- Déterminer θ en radians, puis en degrés.
- Calculer $\sin \theta$.

Exercice 16 – Synthèse : les instants d'un signal

Une tension vaut $u(t) = 24 \cos(50\pi t)$ (en volts, t en secondes).

- Donner l'amplitude, la période et la fréquence.
- Calculer $u(0)$ et $u(0,005)$.
- Déterminer les instants de la première période où $u(t) = 12$.
- Pendant quelle proportion d'une période la tension dépasse-t-elle 12 V ?



La tension $u(t) = 24 \cos(50\pi t)$ sur une période