

Plaquette 4 – Bernoulli, comptage et modélisation

Variables aléatoires – Première STI2D

Exercices

Méthode

Une variable de Bernoulli code un succès par 1 et un échec par 0. Pour compter des succès sur des épreuves identiques et indépendantes, le nombre moyen de succès est l'effectif attendu $n \times p$: on le vérifie sur un arbre, puis on s'en sert pour modéliser un atelier.

Exercice 1 – Une variable indicatrice

Une pièce est conforme avec la probabilité 0,96. On pose $X = 1$ si elle est conforme et $X = 0$ sinon.

- Dresser la loi de X et calculer $E(X)$.
- On pose $Y = 1$ si elle est défectueuse. Calculer $E(Y)$.

Exercice 2 – Compter des conformes

On prélève 50 pièces indépendamment dans une production à 96 % de conformité. On note N le nombre de conformes.

- Calculer $E(N)$.
- Calculer le nombre moyen de rebuts.

Exercice 3 – Retrouver np par la loi

On prélève trois pièces dans une production à 20 % de défauts. La loi du nombre X de défauts est 0,512 ; 0,384 ; 0,096 ; 0,008.

- Calculer $E(X)$ par la définition.
- Comparer à $n \times p$.

Exercice 4 – Du comptage au coût

Une ligne produit 8000 pièces par jour, avec 3 % de rebuts. Un rebut coûte 22 €.

- Calculer le nombre moyen de rebuts par jour.
- Calculer le coût moyen quotidien, puis annuel sur 220 jours.

Exercice 5 – Choisir le succès

Sur 200 prélèvements dans une production à 7 % de défauts :

- Calculer le nombre moyen de défauts.
- Calculer le nombre moyen de conformes, et contrôler.

Exercice 6 - Dimensionner un lot

Un client exige au moins 500 pièces conformes. Le taux de conformité est de 94 %. Combien de pièces lancer en production ?

Exercice 7 - Deux postes successifs

Une pièce passe deux postes, conformes à 97 % et 95 %, indépendamment. On lance 4000 pièces.

- a) Calculer la probabilité qu'une pièce soit bonne au bout.
- b) Calculer le nombre moyen de pièces bonnes.

Exercice 8 - Une garantie constructeur

Un appareil tombe en panne pendant la garantie avec la probabilité 0,08. Une réparation coûte 180 € au constructeur, qui en vend 25 000.

- a) Calculer le nombre moyen de réparations.
- b) Calculer le coût total moyen et la provision par appareil.

Exercice 9 - La formule ne s'applique pas

Un lot de 30 pièces contient 6 défectueuses. On en prélève 5 **sans remise** et on note X le nombre de défectueuses.

- a) Les cinq tirages sont-ils indépendants ?
- b) Un élève écrit $P(X = 0) = 0,8^5$. Corriger son calcul.

Exercice 10 - Espérance d'un total facturé

Chaque intervention est facturée 45 € et survient avec la probabilité 0,12 par machine et par mois. L'atelier compte 80 machines.

- a) Nombre moyen d'interventions par mois.
- b) Facture moyenne annuelle.

Exercice 11 - Remonter au taux

On contrôle des lots de 1500 pièces : ils contiennent en moyenne 45 rebuts.

- a) Estimer le taux de rebut.
- b) Combien de rebuts attendre sur 20 000 pièces ?

Exercice 12 - Deux fournisseurs mélangés

Un stock contient 60 % de pièces de A (2 % de défauts) et 40 % de B (5 %). On prélève 1000 pièces.

Calculer le nombre moyen de défauts.

Exercice 13 – Une modélisation discutable

Un technicien modélise le nombre de pannes d'une machine sur 12 mois par $12 \times p$, avec p la probabilité de panne mensuelle. Discuter cette modélisation.

Exercice 14 – Comparer deux organisations

Organisation 1 : 3000 pièces à 4 % de rebut. Organisation 2 : 3000 pièces réparties en 2000 à 2 % et 1000 à 7 %.

Laquelle rebute le moins ?

Exercice 15 – Espérance et seuil de rentabilité

Un contrôle supplémentaire coûte 0,40 € par pièce et évite la moitié des rebuts. Le taux actuel est de 6 %, un rebut coûte 12 €.

Le contrôle est-il rentable ?

Exercice 16 – Synthèse : un atelier complet

Un atelier lance 12 000 pièces par semaine. Le taux de rebut est de 4,5 %, un rebut coûte 16 €.

- a) Nombre moyen de rebuts par semaine.
- b) Coût annuel sur 46 semaines.
- c) Un investissement de 90 000 € ramènerait le taux à 2,5 %. Rentable en un an ?