

Plaquette 5 - Fluctuation d'échantillonnage et simulation

Variables aléatoires — Première STI2D

Exercices

Méthode

Une probabilité annonce ce qui arrive **en moyenne**, pas ce qu'on lira sur un lot précis. Cette plaquette apprend à mesurer une **fréquence observée**, à la comparer au nombre moyen attendu $n \times p$, à reconnaître un écart normal d'un écart qui doit déclencher une alerte, et à simuler des échantillons en Python.

Exercice 1 - Une première fréquence

Dans un lot de 250 pièces, le contrôle relève 15 pièces défectueuses.
Calculer la fréquence de défauts observée, en pourcentage.

Exercice 2 - Quatre échantillons de même taille

On prélève quatre échantillons de 200 pièces dans la même production. On y compte respectivement 88, 96, 104 et 112 pièces à contrôler de nouveau.

- Calculer les quatre fréquences.
- Calculer l'étendue de ces fréquences.
- Calculer la fréquence obtenue en réunissant les 800 pièces.

Exercice 3 - L'effet de la taille

Une production contient 30 % de pièces à retoucher. Trois contrôles donnent :

Taille n	20	200	2 000
Nombre de retouches	8	66	617

Calculer les trois fréquences et leur écart à 0,3. Que constate-t-on ?

Exercice 4 - Comparer à la valeur attendue

Une machine produit 2,5 % de pièces hors cote. On prélève 400 pièces.

- Combien de pièces hors cote attend-on en moyenne ?
- Le contrôle en trouve 14. Calculer la fréquence observée.

Exercice 5 - Lire un tableau de simulation

On simule huit échantillons de 50 pièces. Voici le nombre de succès obtenus :

Simulation	1	2	3	4	5	6	7	8
Succès	22	26	24	29	21	27	25	23

- Calculer la plus grande et la plus petite fréquence, puis l'étendue.
- Calculer le nombre moyen de succès, puis la fréquence correspondante.

Exercice 6 - Remonter à l'effectif

- a) Sur 800 pièces, la fréquence de défauts vaut 0,035. Combien y a-t-il de pièces défectueuses ?
- b) Sur 1 500 pièces, elle vaut 0,012. Même question.

Exercice 7 - Un écart est-il surprenant ?

Un fournisseur annonce 2 % de défauts. Sur 1 000 pièces reçues, on en compte 34. Une simulation de 50 lots de 1 000 pièces au taux de 2 % a donné des nombres de défauts allant de 9 à 32.

Peut-on considérer l'annonce du fournisseur comme crédible ?

Exercice 8 - Simuler un échantillon en Python

On considère la fonction suivante.

```
from random import random

def frequence(n, p):
    s = 0
    for i in range(n):
        if random() < p:
            s = s + 1
    return s / n
```

- a) Que renvoie *frequence(500, 0.04)* ?
- b) Pourquoi deux appels successifs ne donnent-ils pas le même résultat ?

Exercice 9 - Compter les échantillons au-dessus d'un seuil

On veut savoir combien d'échantillons, sur 1 000 simulations de taille n , dépassent une fréquence donnée. Compléter les trois lignes manquantes.

```
from random import random

def au-dessus(nb, n, p, seuil):
    c = 0
    for k in range(nb):
        s = 0
        for i in range(n):
            if random() < p:
                ...           # ligne 1
        f = ...               # ligne 2
        if f > seuil:
            ...               # ligne 3
    return c
```

Exercice 10 - Une règle d'alerte en atelier

Une ligne produit 3 % de rebuts quand elle est bien réglée. Le contrôle porte sur 500 pièces par heure et la consigne est : *alerte si plus de 25 rebuts*.

- a) Combien de rebuts attend-on en moyenne par heure ?

b) Deux heures donnent 21 puis 27 rebuts. Que fait l'opérateur ?

Exercice 11 - Deux enquêtes de tailles différentes

Deux enquêtes portent sur le même atelier.

Enquête	Taille	Réponses favorables	Fréquence
A	50	31	?
B	800	436	?

a) Compléter le tableau.

b) Laquelle des deux estime le mieux l'opinion de l'ensemble du personnel ?

Exercice 12 - La moyenne des fréquences

Cinq lots de 400 pièces donnent les effectifs de défauts suivants : 47, 52, 61, 55 et 45.

a) Calculer les cinq fréquences et leur étendue.

b) Calculer la fréquence globale sur les 2 000 pièces.

Exercice 13 - Espérance et moyenne observée

Une loterie d'entreprise fait gagner 0 € avec la probabilité 0,8, 5 € avec la probabilité 0,15 et 20 € avec la probabilité 0,05.

a) Calculer l'espérance du gain.

b) Sur 200 parties, l'organisateur a versé 380 €. Comparer au total attendu.

Exercice 14 - Estimer une probabilité inconnue

Un capteur peut se bloquer au démarrage ; sa probabilité de blocage est inconnue. Une simulation industrielle enchaîne 10 000 démarrages et compte 2 340 blocages.

a) Estimer la probabilité de blocage.

b) Combien de blocages attend-on sur une journée de 450 démarrages ?

Exercice 15 - Faut-il régler la machine ?

Une machine réglée produit 4 % de défauts. Le contrôle porte sur 600 pièces.

Une simulation de 100 lots de 600 pièces au taux de 4 % a donné des nombres de défauts allant de 12 à 37.

a) Un premier contrôle donne 36 défauts. Que conclure ?

b) Le contrôle suivant en donne 41. Que conclure ?

Exercice 16 - Synthèse : une campagne de contrôle

Un atelier livre un lot de 1 200 pièces par mois. Le taux de défauts est de 5 % et chaque pièce défectueuse coûte 4,50 € de retouche.

- a) Calculer le nombre moyen de pièces défectueuses par lot et le coût moyen de retouche.
- b) Le lot de mars contient 78 pièces défectueuses. Calculer la fréquence et le coût réel.
- c) Calculer le coût moyen de retouche sur une année de douze lots.
- d) Un nouveau réglage ferait passer le taux à 3,5 % pour un investissement de 2 500 €. En combien de temps serait-il amorti ?